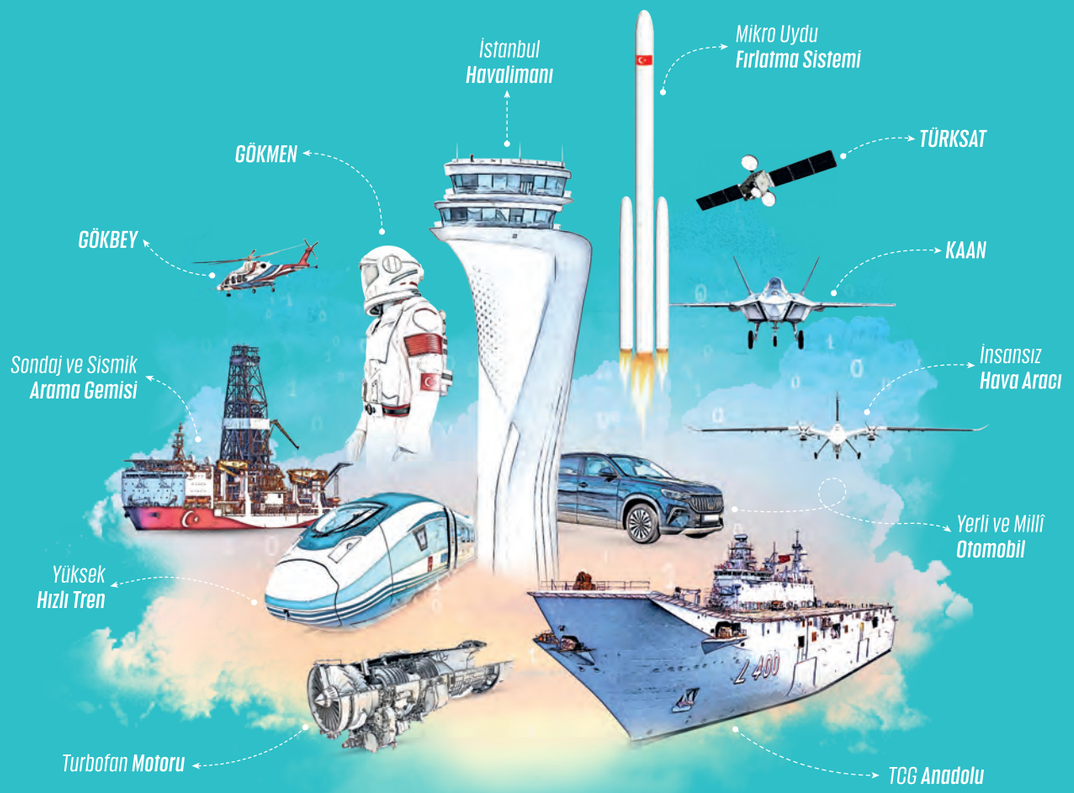
Bu kitaba sığmayan daha neler var!

eba
www.eba.gov.tr

Karekodu okut, bu kitapla ilgili EBA içeriklerine ulaş!

Teknoloji Yolculuğumuz



BU DERS KİTABI MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINCA ÜCRETSİZ OLARAK VERİLMİŞTİR.
PARA İLE SATILAMAZ.

ISBN:978-975-11-6835-1

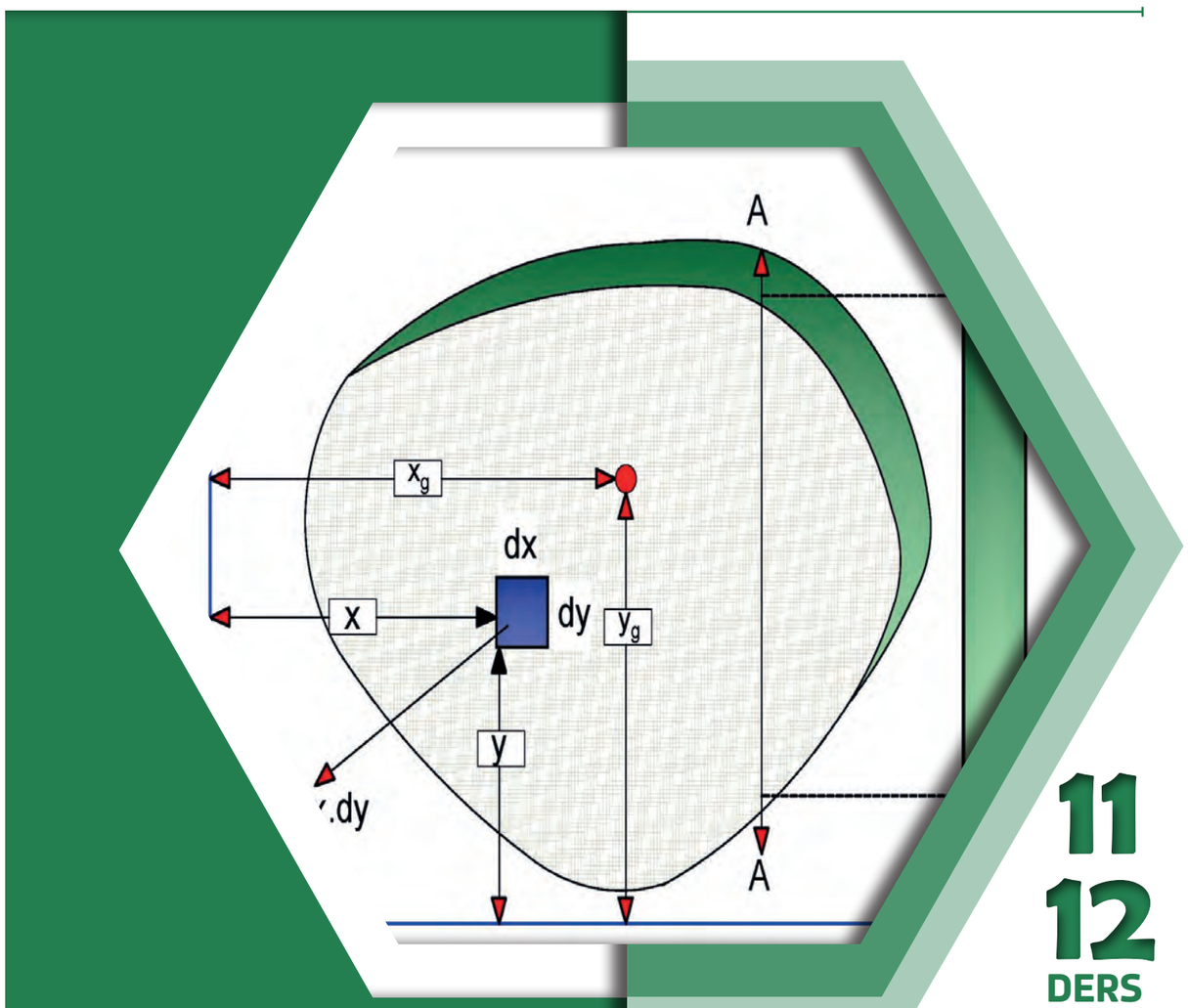
Bandrol Uygulamasına İlişkin Usul ve Esaslar Hakkında Yönetmeliğin Beşinci Maddesinin İkinci Fıkrası Çerçevesinde Bandrol Taşıması Zorunlu Değildir.

İNŞAAT TEKNOLOJİSİ ALANI YAPI STATİK HESAPLARI 11-12 DERS MATERYALİ

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

İNŞAAT TEKNOLOJİSİ ALANI

YAPI STATİK HESAPLARI



11
12

DERS MATERYALİ

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

İNŞAAT TEKNOLOJİSİ ALANI

YAPI STATİK HESAPLARI

11-12

DERS MATERYALİ

Yazarlar
FATİH YILDIRIM
SEYDİ AHMET GÖKTAŞ
SUAT ARIK
YURDANUR KAYA

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI ..... : 8512
YARDIMCI VE KAYNAK KİTAPLAR DİZİSİ ..... : 2404

Her hakkı saklıdır ve Millî Eğitim Bakanlığına aittir. Ders materyalinin metin, soru ve şekilleri kısmen de olsa hiçbir surette alınıp yayımlanamaz.

HAZIRLAYANLAR

DİL UZMANI
KORAY GÜNGÖR

ÖLÇME DEĞERLENDİRME UZMANI
TÜLAY ENGİN

REHBERLİK UZMANI
FİKRET ÖTÜNÇ

GÖRSEL TASARIM UZMANI
ALKIN TÜRKMEN

ISBN:978-975-11-6835-1

Millî Eğitim Bakanlığının 24.12.2020 gün ve 18433886 sayılı oluru ile Meslekî ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğünce ders materyali olarak hazırlanmıştır.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

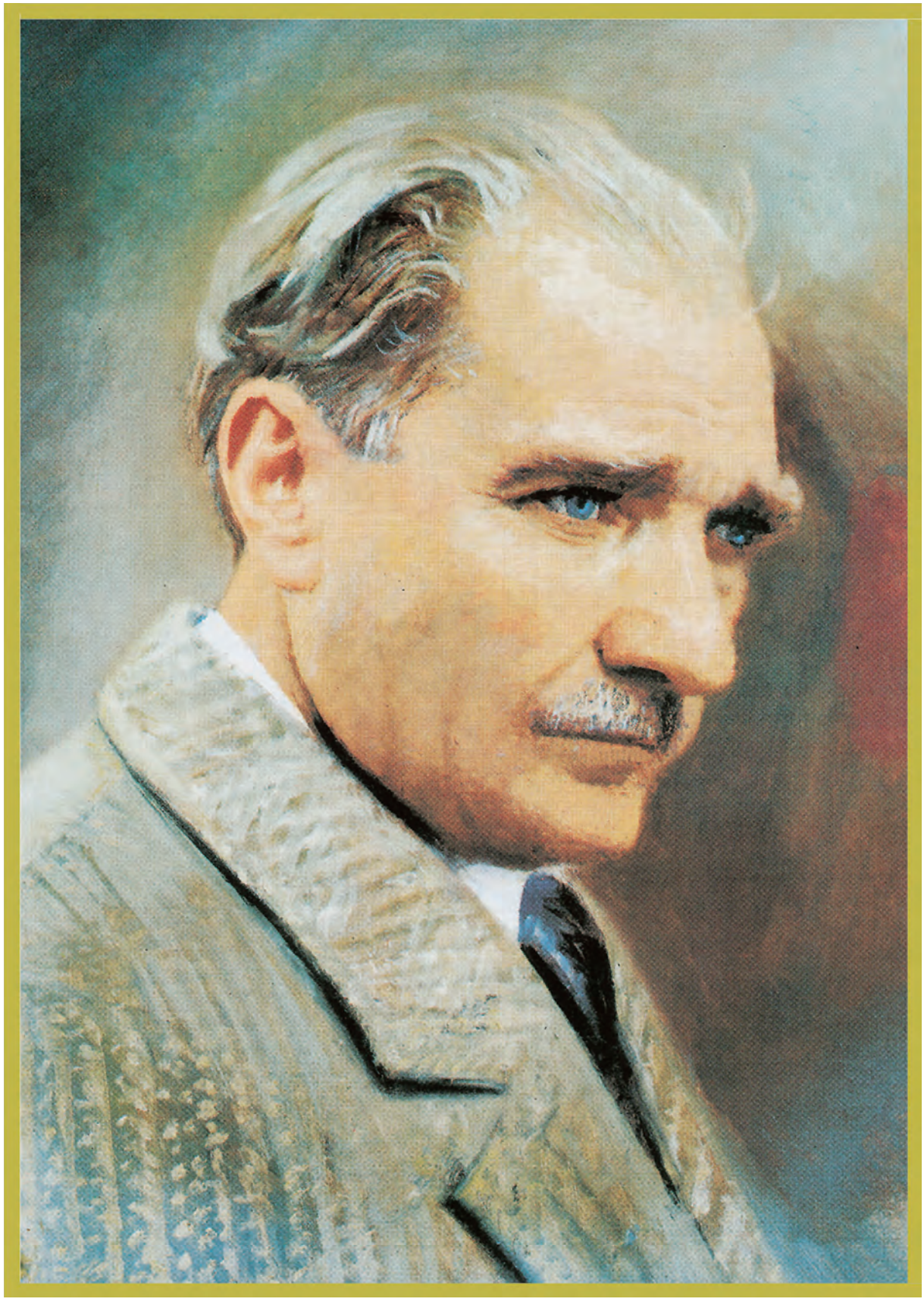
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

DERS MATERYALİNİN TANITIMI.....11

1. ÖĞRENME BİRİMİ
Kuvvet ve Bileşke Hesapları



1.1. BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI.....16
1.1.1. Statiğin Temel İlkeleri.....19
1.1.2. Bileşke Kuvvetler ve Hesaplama Yöntemleri.....20
1.1.3. Bileşke Kuvvet Hesapları.....20
1.1.3.1. Doğrultuları Aynı Olan Kuvvetlerin Bileşkesi.....20
1.1.3.2. Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin Cosinüs Teoremi İle Hesaplanması.....20
1.1.3.3. Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin Kuvvetler Paralelkenarı ve Kuvvetler Üçgeni Yöntemiyle Bulunması.....22
1.1.3.4. Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin İzdüşüm Yöntemiyle Bulunması.....24
1.1.3.5. Kesişen İkiden Çok Kuvvetin Bileşkesinin Bulunması.....26
1.1.3.6. Paralel Kuvvetlerin Bileşkesi.....30
1.2. UYGULAMA : BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI.....32
1.3. KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA.....36
1.3.1. Denge Türleri ve Şartları.....36
1.3.1.1. Hesap Yöntemiyle Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması.....36
1.3.1.2. Sinüs (Lami-Sinüs) Teoremi ile Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması.....37
1.3.1.3. Kuvvetin İpçik (İp Poligonu veya Füniküler) Çokgeni Yöntemiyle Bileşenlerine Ayrılması.....40
1.3.1.4. İzdüşüm Yöntemiyle Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması.....41
1.4. UYGULAMA : KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA HESAPLARI.....42
1.5. UYGULAMA : KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA VE BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI.....44
1. ÖĞRENME BİRİMİ ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI.....47

2. ÖĞRENME BİRİMİ
Denge ve Moment Hesapları



2.1. DENGE HESAPLARI.....50
2.1.1. Denge Türleri ve Şartları.....50
2.2. UYGULAMA : DENGE HESAPLARI.....61
2.3. MOMENT HESAPLARI.....63
2.3.1. Noktaya Göre Moment.....63
2.3.2. Eksene Göre Moment.....64
2.3.3. Paralel Kuvvetlerde Bileşke ve Yerinin Bulunması.....66
2.3.4. Varignon Teoremi.....66
2.3.5. Kuvvet Çifti ve Kuvvet Çiftinin Momenti.....68
2.4. UYGULAMA : MOMENT HESAPLARI.....69
2.5. UYGULAMA : DENGE VE MOMENT HESAPLARI.....73
2. ÖĞRENME BİRİMİ ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI.....75

3. ÖĞRENME BİRİMİ
Ağırlık Merkezi Hesapları



3.1. YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI....78
3.1.1. Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesap Yöntemleri....78
3.1.1.1. Basit Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezleri....79
3.1.1.2. Basit Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesapları....83
3.1.1.3. Bileşik Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesapları....85
3.2. UYGULAMA : YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI....91
3.3. CİSİMLERİN VE YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI....96
3.3.1. Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi Hesap Yöntemleri....96
3.3.1.1. Basit Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi....96
3.3.1.2. Birleşik Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi....98
3.3.2. Birleşik Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi Hesapları....102
3.4. UYGULAMA : BİRLEŞİK CİSİMLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI....104
3.5. UYGULAMA : YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI....107
3. ÖĞRENME BİRİMİ ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI....110

4. ÖĞRENME BİRİMİ
Mesnetlerde-Kirişlerde Tepki Kuvveti ve Diyagramlar



4.1. MESNETLERİN TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA....114
4.1.1. Mesnet ve Mesnet Tepkisi Çeşitleri....114
4.1.2. Taşıyıcı Sistemleri ve Mesnetleri Etkileyen Yükler....117
4.1.3. Mesnetlerin Tepki kuvvetlerini Hesaplama Yöntemleri....118
4.1.3.1. Mesnetlerin Tepki kuvvetlerini Hesaplama....118
4.2. UYGULAMA : MESNETLERİN TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA....121
4.3. KİRİŞLERİN MESNET TEPKİLERİNİ HESAPLAMA....125
4.3.1. İzostatik Kirişlerde Mesnet Tepkilerini Hesaplama Yöntemleri....125
4.3.2. Dolu Gövdeli İzostatik Taşıyıcı Sistemlerde Mesnet Tepkileri Hesaplama....125
4.3.3. Üç Mafsallı İzostatik Çerçeveler ve Kemerlerde Mesnet Tepkileri Hesaplama....131
4.3.4. Gerber Kirişlerinde Mesnet Tepkileri Hesaplama....134
4.3.5. Kafes Kiriş Sistemlerinde Mesnet Tepkileri Hesaplama....136
4.4. UYGULAMA : BASİT VE ÇIKMALI KİRİŞLERDE TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA....138
4.5. UYGULAMA : ÇERÇEVE VE KEMER SİSTEMİ KİRİŞLERİNDE TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA....141
4.6. KİRİŞLERDE KUVVET DİYAGRAMLARINI ÇİZME....144
4.7. UYGULAMA : KİRİŞLERDE KUVVET DİYAGRAMLARINI ÇİZME....153
4. ÖĞRENME BİRİMİ ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI....156

SÖZLÜK....159
KAYNAKÇA....161
CEVAP ANAHTARI....162

DERS MATERYALİNİN TANITIMI

Öğrenme birimi adını gösterir.

Öğrenme birimi kapaklarını gösterir.

Öğrenme birimi konularını gösterir.

Neler öğreneceğinizi gösterir.

Temel kavramları gösterir.

Ünitenin karekodunu gösterir.



Konu başlıklarını gösterir

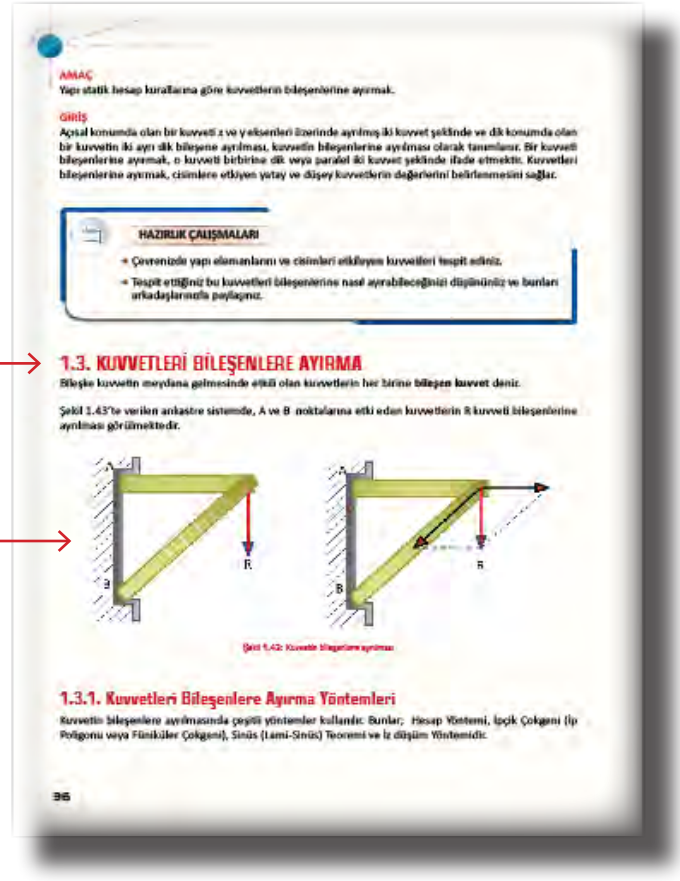
Konu görsellerini gösterir.

Konu metinlerini gösterir.

Konu alt başlıklarını gösterir.

Görsel açıklamalarını gösterir.

Sayfa numaralarını gösterir.



AMAÇ

Yapı statik hesap kurallarına göre kuvvetlerin bileşenlerine ayırmak.

Giriş

Açısal konumda olan bir kuvveti x ve y eksenleri üzerinde ayrılmış iki kuvvet şeklinde ve dik konumda olan bir kuvvetin iki ayrı dik bileşene ayrılması, kuvvetin bileşenlerine ayrılması olarak tanımlanır. Bir kuvveti bileşenlerine ayırmak, o kuvveti birbirine dik veya paralel iki kuvvet şeklinde ifade etmektir. Kuvvetleri bileşenlerine ayırmak, cisimlere etkiyen yatay ve düşey kuvvetlerin değerlerini belirlenmesini sağlar.

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

- Çevrenizde yapı elemanlarını ve cisimleri etkileyen kuvvetleri tespit ediniz.
- Tespit ettiğiniz bu kuvvetleri bileşenlerine nasıl ayırabileceğinizi düşününüz ve bunları arkadaşlarınızla paylaşınız.

1.3. KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA

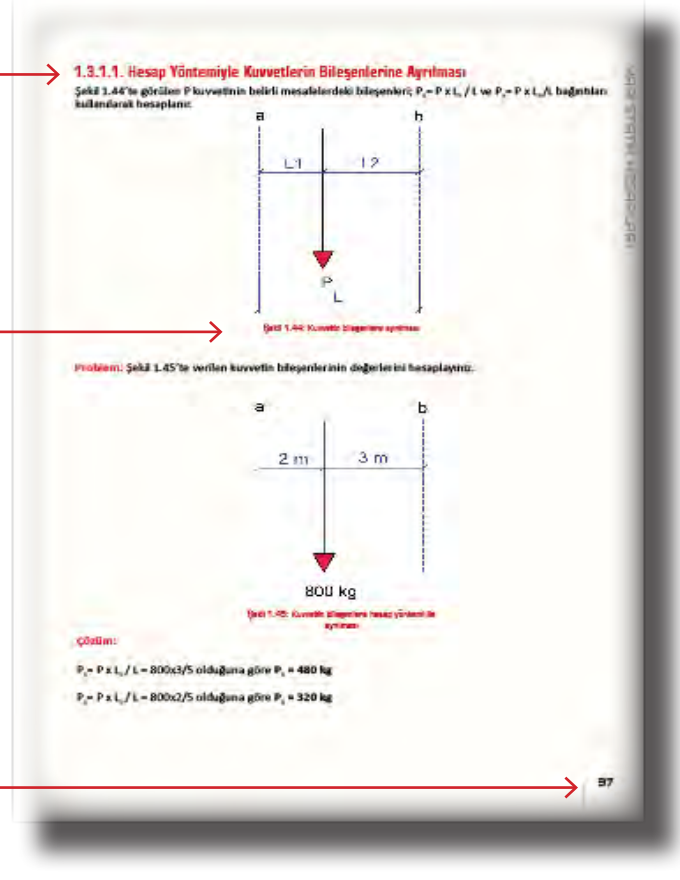
Bileşke kuvvetin meydana gelmesinde etkili olan kuvvetlerin her birine **bileşen kuvvet** denir.

Şekil 1.43'te verilen ankastre sistemde, A ve B noktalarına etki eden kuvvetlerin R kuvveti bileşenlerine ayrılması görülmektedir.

Şekil 1.42: Kuvvetin bileşenlere ayrılması

1.3.1. Kuvvetleri Bileşenlere Ayırma Yöntemleri

Kuvvetin bileşenlere ayrılmasında çeşitli yöntemler kullanılır. Bunlar; Hesap Yöntemi, İpçik Çokgeni (İp Poligonu veya Füniküler Çokgeni), Sinüs (Lami-Sinüs) Teoremi ve İz düşüm Yöntemidir.



1.3.1.1. Hesap Yöntemiyle Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması

Şekil 1.44'te görülen P kuvvetinin belirli mesafelerdeki bileşenleri; $P_a = P \times L_1 / L$ ve $P_b = P \times L_2 / L$ bağıntıları kullanılarak hesaplanır.

Şekil 1.44: Kuvvetin bileşenlere ayrılması

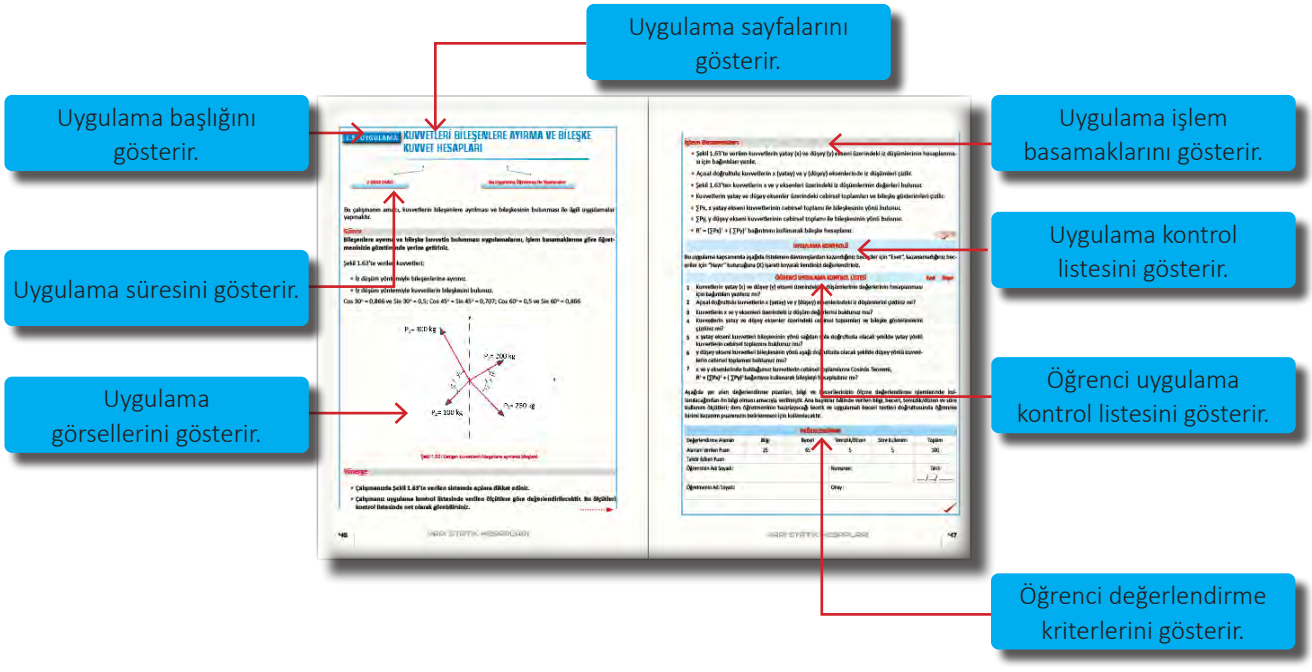
Problem: Şekil 1.45'te verilen kuvvetin bileşenlerinin değerlerini hesaplayınız.

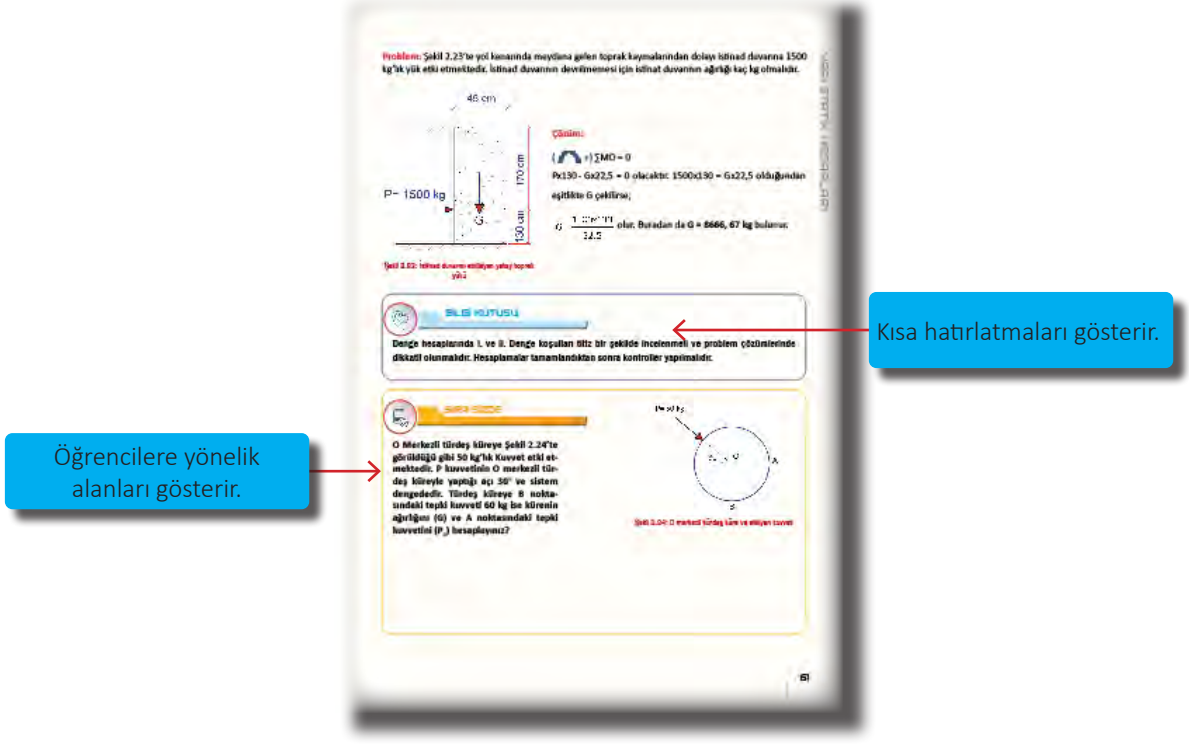
Şekil 1.45: Kuvvetin bileşenlere hesap yöntemiyle ayrılması

Çözüm:

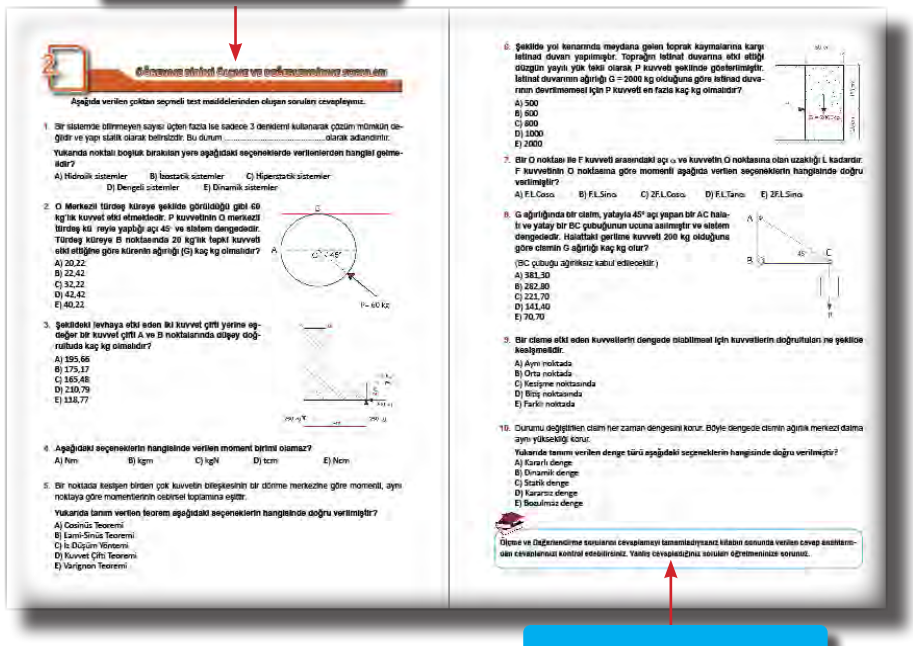
$P_a = P \times L_b / L = 800 \times 3/5$ olduğuna göre $P_a = 480$ kg

$P_b = P \times L_a / L = 800 \times 2/5$ olduğuna göre $P_b = 320$ kg


Uygulama sayfalarını gösterir.
Uygulama başlığını gösterir.
Uygulama süresini gösterir.
Uygulama görsellerini gösterir.
Uygulama işlem basamaklarını gösterir.
Uygulama kontrol listesini gösterir.
Öğrenci uygulama kontrol listesini gösterir.
Öğrenci değerlendirme kriterlerini gösterir.


Kısa hatırlatmaları gösterir.
Öğrencilere yönelik alanları gösterir.

Ölçme değerlendirme sorularını gösterir.



Bilgi notunu gösterir.



Karekod ve görsel kaynakçayı gösterir.

NOT: Bu ders materyalinde ölçü birimlerinin uluslararası kısaltmaları kullanılmıştır.

1. ÖĞRENME BİRİMİ

KUVVET VE BİLEŞKE HESAPLARI

KONULAR

1.1. BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI

1.2. BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI UYGULAMASI

1.3. KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA

1.4. KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA HESAPLARI UYGULAMASI

1.5. KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA VE BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI UYGULAMASI



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ ?

- Yatay, düşey ve açısal konumlu kuvvetlerin bileşke hesapları
- Yatay, düşey ve açısal konumlu kuvvetlerin bileşke hesap uygulamaları
- Yatay, düşey ve açısal konumlu kuvvetlerin bileşenlerine ayrılması
- Yatay, düşey ve açısal konumlu kuvvetlerin bileşenlerine ayırma uygulamaları

TEMEL KAVRAMLAR

bileşen, bileşke, cosinüs teoremi, kuvvet, kuvvetler çokgeni, kuvvetler üçgeni, kuvvetlerin bileşenleri, kuvvetlerin bileşkesi, kuvvetlerin izdüşümü, kütle çekim kuvveti, lami-sinüs teoremleri, statiğin temel ilkeleri, yer çekim kuvveti

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

- Çevrenizde bulunan yapıları, yapı elemanlarını, cisimleri inceleyiniz ve incelediğiniz yapı, yapı elemanları ve cisimlerin listesini hazırlayınız.
- Yapı elemanlarını ve cisimleri etkileyen kuvvetlerin neler olabileceğini araştırınız ve bunları arkadaşlarınızla paylaşınız.

1.1. BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI

Kuvvetlerin etkisi altındaki cisimlerin denge koşullarını inceleyen bilim dalına **statik** denir. Statik bilimi, durgun cisimlerin kuvvetlerin etkisi altındaki davranışlarını ve etkilenme durumlarını inceler. Yapı sistemlerinin belirli bir güvenlikte, yeterli rijitlikte ve en ekonomik boyutlandırmayı esas alan statik biliminin koluna **yapı statiği** denir. Yapı sisteminde, dış etkiler ya da iç etkiler nedeniyle oluşan kuvvetleri hesaplamak yapı statiğinin ana prensibidir. Buradaki amaç; statiği hesaplanan bir yapı sistemini, inşa edileceği malzemeye göre boyutlandırmaktır.

Yapı sistemi boyutlandırılırken aşağıda açıklanan unsurların dikkate alınması gerekli ve şarttır.

Rijitlik: Bir sistemin dış etkiler tesirinde hareketsiz kalabilme yeteneğidir.

Güvenlik: Bir sisteme etkiyen dış etkilerden dolayı oluşan zorlamalar ve yapının taşıyabileceği yüklemelerden belirli bir oranda uzaklıkta olmalıdır.

Ekonomiklik: Yapı sisteminin istenen güvenlikte ve en az maliyetle imal edilmesi prensibi benimsenir.

Bu öğrenme biriminde statik ve yapı statiği hesapları için yüklerin kuvvet gösterimleri, kuvvetin elemanları, kuvvetlerin bileşkeleri ve kuvvetlerin bileşenlerine ayırma ile ilgili konulara değinilecektir. Hareketin nedeni olarak düşünülen fiziksel etkenin matematiksel olarak ifadesi kuvvet olarak adlandırılır. Bir kuvvet; başlangıç (uygulama) noktası, doğrultusu, yönü ve şiddeti ile bir bütündür. Kuvvetin birimi; Newton (N), Kilo Newton (kN), Kilogram (kg), Ton (t) vb. şekillerde ifade edilir. Kuvvet genellikle P veya F harfi ile gösterilir.

Kuvvet, genel olarak bir cismin diğerine uyguladığı itme veya çekme etkisi şeklinde düşünülebilir. Bu etkileşim, cisimler birbirine temas ederken veya cisimler fiziksel olarak ayrı iken belirli bir mesafe üzerinden gerçekleşebilir. Günlük yaşantıda kuvvet her alanda kullanılır. Öğrencinin kitaplarını taşıması, öğretmenin çantasını taşıması, kapının kapatılması veya açılması, pencerenin kapatılması veya açılması, suyun akışı, bir aracın hareket etmesi, bir uçağın havalanması kuvvet gerektiren durumlardır. Evrendeki bütün itme ve çekme olaylarının temelinde kuvvet vardır.

Kuvvet, bir cisme temas ederek olabileceği gibi temas etmeden de meydana gelebilir. Dünya ve Güneş'in birbirlerini çekmesi, Ay'ın yer çekimi kuvveti, mıknatısların maddeleri çekmesi ve elektromanyetik çekim gibi kuvvetler temas gerektirmeden oluşan kuvvetlerdir. Bu nedenle kuvvet; fiziksel, kimyasal ve biyolojik sistemlerin temel özelliği olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kütle Çekim Kuvveti: Evrendeki herhangi iki cismin kütlelerinden dolayı birbirine uyguladığı kuvvete denir. Kütlesi ne olursa olsun doğadaki bütün kütleler birbirini çeker.

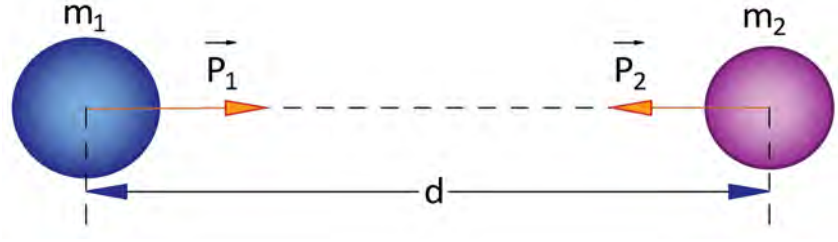
Kütle çekim kuvvetinin özellikleri aşağıda sıralanmıştır.

- Kütle çekim kuvveti, maddelerin birbirini çekmesidir.
- Kütle çekim kuvvetinin etki alanı büyüktür. Güneş, Dünya'yı çok uzak mesafede olsa da çeker.
- Kütle çekim kuvveti, doğadaki en zayıf kuvvetlerden biridir. Bundan dolayı ancak büyük kütleli cisimler arasındaki kütle çekim kuvveti hissedilebilir.
- Güneş'in etrafında gezegenleri, gezegenlerin etrafında uyduları tutan kuvvet, kütle çekim kuvvetidir.
- Dünya yüzeyinde durmamızı kütle çekim kuvveti sağlar.
- Kütle çekim kuvveti temas gerektirmez.

Kütle Çekim Kanunu: Belirli bir yükseklikten cismin yere düşmesi, yüksekten atlayan kişilerin yere doğru hareket etmesi, yağmur ve karın yere düşmesi Dünya'nın kütle çekiminden kaynaklanır. İki kütle birbirini çeker. **Aristo**, cisimlerin yere düşmesinin sebebini sahiplik kavramı olan Dünya'nın cisimlere sahip çıkması olarak açıklamış ve bu görüşü **Galileo** geliştirmiştir.

Bu olay **Newton** tarafından **Kütle Çekim Yasası** olarak yasalaştırılmıştır.

Newton'un Evrensel Kütle Çekim Yasası: Her bir noktasal kütle diğer noktasal kütleyi, ikisini birleştiren bir çizgi doğrultusundaki bir kuvvet ile çeker. Yani m_1 ve m_2 kütleli iki cismin birbirine uyguladığı kütle çekim kuvveti, cisimlerin kütlelerinin çarpımıyla doğru, aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılıdır.



Şekil 1.1: Kütle Çekim Kanunu

Şekil 1.1'de görülen cisimlerin birbirine uyguladığı kütle çekim kuvveti, kütleler ne olursa olsun eşit ve zıt yönde olur.

Kütle çekim kuvvetinin büyüklüğü: $\mathbf{P_1 = -P_2 = G.\frac{m1.m2}{d^2}}$

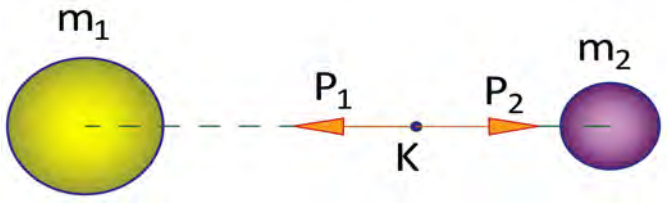
Bağıntıdaki "G" değeri evrensel çekim sabiti olup değeri $\mathbf{6{,}6.10^{-11}\ N.m^2 / kg^{-2}}$ dir. Uzaklık olarak cisimlerin merkezlerinin uzaklığı metre cinsinden alınır. Kütle birimi kg alındığında kuvvetin birimi Newton (N) olur.

"G" evrensel çekim sabiti değerini hesaplamak için **Newton**, Dünya'nın yoğunluğunu tahmin etmiştir. Dünya'nın toplam kütlesini bulduktan sonra, yeryüzündeki yerçekimi ivmesinin değerinden ($\mathbf{g = 9{,}8\ m/s^2}$) kütle çekim sabitini elde etmiştir.

Ancak burada sorun, Dünya'nın merkezi dâhil her yerindeki yoğunluğunun bilinme imkânının olmamasıdır. Çünkü Dünya'yı tartmak mümkün değildir. "G" evrensel çekim sabitinin değeri **Newton**'un ölümünden 71 yıl sonra 1798'de **Henry Cavendish** tarafından ölçülmüştür.

$\mathbf{G = 6{,}6.10^{-11}\ N.m^2 / kg^{-2}}$

İki kütle arasındaki bir noktada çekim kuvvetinin sıfır olduğu bir nokta vardır. O noktada tutulan cisimlerin ağırlığı sıfır olur. Aşağıda verilen Şekil 1.2'de "K" noktasında $P_1 = P_2$ olması durumunda cisimlerin ağırlığı da sıfır olur.



Şekil 1.2: Kütle çekim kuvvetinin sıfır olduğu yer

Yer Çekimi Kuvveti

Cisimlere Dünya'nın etkidiği çekim kuvvetine **yer çekimi kuvveti** denir. Yer çekimi kuvveti Dünya'nın neresinde olunursa olunsun Dünya'nın merkezine doğrudur. Bu kuvvete cisimlerin **ağırlık kuvveti** denir.

Dünya'nın "m" kütleli bir cisme uyguladığı çekim kuvveti: $P_1 = G.\frac{m_d.m}{r_d^2}$

Yer çekimi kuvveti Dünya'nın her yerinde aynı değildir. Dünya kutuplardan basık olduğu için en fazla çekim kutuplarda, en az ise Ekvator'dadır. Bu nedenle Ekvator'a yaklaştıkça cisimlerin ağırlıkları azalır, Ekvator'dan uzaklaştıkça ağırlıkları artar. Haberleşme uydularının Dünya'nın etrafında sabit bir yörüngede dönmesi, evrendeki yıldız, gezegen ve uydularının denge içinde hareketini sürdürmesi, Dünya'daki bütün cisimlerin dünyaya doğru düşmesi kütle çekim kuvvetinden kaynaklanmaktadır.

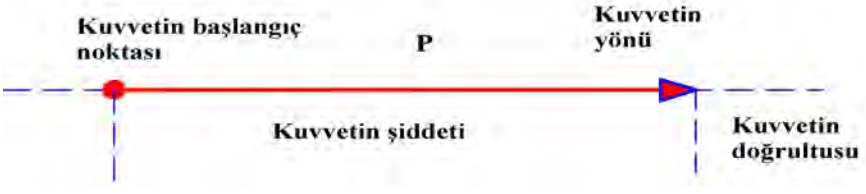
Gel git olayı, Dünya ile Ay arasındaki kütle çekim kuvvetinin etkisi ile gerçekleşir. Ay ve Güneş'in Dünya üzerinde oluşturduğu çekim kuvveti nedeniyle deniz ya da okyanus suyu kabarır ve bir süre sonra eski hâline geri gelir.

Gel git olayı 12 saat 25 dakika aralıklarla gerçekleşir. Dünya, Ay ve Güneş'in aynı doğrultuya geldikleri yeni ay ve dolunay konumlarında suların kabarması maksimum hâle gelir. Eğer Ay'da su olsaydı aynı olay Ay'da da gerçekleşirdi. Çünkü Dünya da Ay'ı aynı kuvvetle çekmektedir.

Kuvvet ve Vektörel Gösterimi

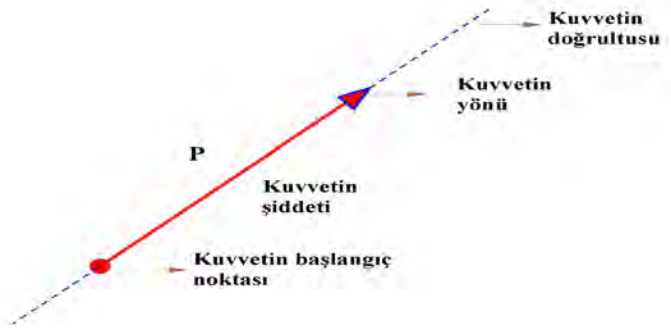
Duran bir cismi harekete geçiren, hareket hâlindeki bir cismi durduran, cismin yönünü ve doğrultusunu değiştiren veya cisimlerin biçimlerinde değişikliğe neden olan etkiye **kuvvet** denir. Kuvvet, başlangıç noktası (etki ya da uygulama noktası), şiddeti, doğrultusu ve yönü ile karakterize edilir. Bu özellikleri ile kuvvet vektörel bir büyüklüktür.

Kuvvetin yatay doğrultuda olması durumu kuvvet elemanları gösterimi Şekil 1.3'te gösterilmiştir.



Şekil 1.3: Yatay doğrultuda kuvvet ve elemanları gösterimi

Kuvvetin açısal doğrultuda olması durumu kuvvet elemanları gösterimi Şekil 1.4'te gösterilmiştir.



Şekil 1.4: Açısal doğrultuda kuvvet ve elemanları gösterimi

Kuvvet; doğrudan ve dolaylı kuvvetler, iç ve dış kuvvetler, yüzeye ya da hacme yayılı kuvvetler olarak sınıflandırılabilir.

Cisim: Fiziksel olayın etkilerinin ölçüldüğü geometrik bölgeye verilen addır. Statikte cisimler aşağıda verilen iki ana idealleştirmeyle tanımlanır.

1. Maddesel nokta (parçacık)
2. Rijit cisim

Maddesel Nokta (Parçacık): İncelenen statik problemin karakteri nedeniyle boyutları ihmal edilebilecek mertebede küçük olan cisme verilen addır. Maddesel nokta olarak dikkate alınabilen cismin kütlesi bir noktada toplanmış olarak kabul edilir.

Rijit Cisim: Kuvvetler etkisinde boyutları değişmediği kabul edilen, başka deyişle herhangi iki noktası arasındaki uzaklık daima sabit kalan, çok sayıda maddesel noktanın bileşimi olan ideal bir cisimdir. Çeşitli etkiler altında katı cisimlerin boyutlarındaki değişme küçük olduğunda, boyut değişimiyle ilgilenilmeyen durumlarda yapılan bir kabuldür. Kuvvetlerin bileşkesi ve bileşenlerine ayrılması öncesinde statiğin temel ilkelerinin incelenmesi ve bilinmesi gereklidir. Bu temel bilgiler cisimlerin veya yapı elemanlarının kuvvetler etkisi altındaki davranışları açısından önemlidir.

1.1.1. Statiğin Temel İlkeleri

Statik, dört temel ilkeye dayanır. Bu ilkeler şunlardır:

1. Kuvvetlerin toplanmasında paralelkenar ilkesi
2. Denge ilkesi
3. Süperpozisyon ilkesi
4. Etki-tepki ilkesi

Paralelkenar Kanunu: Bir maddesel noktaya etkiyen iki kuvvetin yerine bir tek kuvvet koymak mümkündür. Bileşke adı verilen bu kuvvet, kenarları verilen kuvvetlere eşit bir paralelkenarın köşegeni çizilerek elde edilir. Bileşke kuvvet, göz önüne alınan iki kuvvetin vektörel toplamıdır.

Denge İlkesi: Bir rijit cisme etkiyen iki kuvvetin dengede olabilmesi için tesir çizgilerinin aynı, şiddetlerinin eşit ve yönlerinin zıt olması gerekir.

Süperpozisyon İlkesi: Bir rijit cisim, birtakım kuvvetlerin etkisi altında dengede ise aralarına dengede olan diğer birtakım kuvvetlerin eklenmesi veya aralarından çıkarılması ile cismin dengesi bozulmaz.

Etki-Tepki İlkesi: Birbirine değen iki cismin değme noktalarında etki ve tepki kuvvetleri aynı şiddette, aynı tesir çizgisi üzerinde ve zıt yöndedir.

Statik problemlerinde aşağıda verilen üç durumla karşılaşılabilir.

Bileşke: Kuvvetler sisteminde kuvvetlerin sayısını azaltmak hesaplarda önemli kolaylıklar sağlar. Eğer kuvvetler sistemi bir tek kuvvete indirgenebilirse bu kuvvet aranan bileşke olur.

Bileşenlere Ayırma: Bazı durumlarda bir kuvvetin kendisi yerine belirli doğrultulardaki bileşenlerinin kullanılması daha elverişli olabilir. Bu durumda bileşenlere ayırma problemi ile karşılaşılabilir.

Denge: Kuvvetler sisteminin dengede olması için sağlaması gereken koşulların incelenmesidir.

1.1.2. Bileşke Kuvvetler ve Hesaplama Yöntemleri

Kuvvetlerin durumlarına göre farklı yöntemlerle bileşke kuvvetler belirlenir. Kuvvetler aşağıda verilen üç durumda bulunabilir.

- Bir noktada kesişen kuvvetler
- Paralel kuvvetler
- Genel kuvvetler

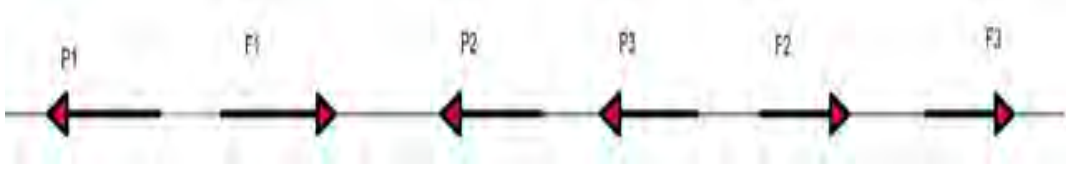
İki veya daha fazla kuvvetin yaptığı etkiyi tek başına yapan kuvvete **bileşke kuvvet** denir. Bileşke kuvvet genellikle R (Reaksiyon: Tepki) harfi ile gösterilir. Reaksiyon bir noktaya, düzleme, cisme veya yapı elemanına uygulanan kuvvetlerin toplamını yani bileşkesini ifade eder.

1.1.3. Bileşke Kuvvet Hesapları

Bileşke kuvvetlerin hesaplamalarında; kuvvetlerin yönleri, kesişme durumları ve kuvvetlerin birbirine paralel konumda olma durumlarına göre farklı yöntemler kullanılır.

1.1.3.1. Doğrultuları Aynı Olan Kuvvetlerin Bileşkesi

$\alpha = 0°$ ise (Kuvvetler arasında herhangi bir açı olmama durumu)



Şekil 1.5: Doğrultuları aynı, yönleri farklı kuvvetler

Soldan sağa doğru olan kuvvetler toplamına $R_1 = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n$ ve sağdan sola doğru olan kuvvetler toplamına ise $R_2 = P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n$ bulunur (Şekil 1.5).

Buradan da $R = R_1 - R_2$ bağıntısıyla bileşke kuvvet bulunur. Bileşke kuvvetin yönü ise matematiksel işlemin sonucuna göre (+) çıkması durumunda soldan sağa, (-) çıkması durumunda ise sağdan sola olacaktır.

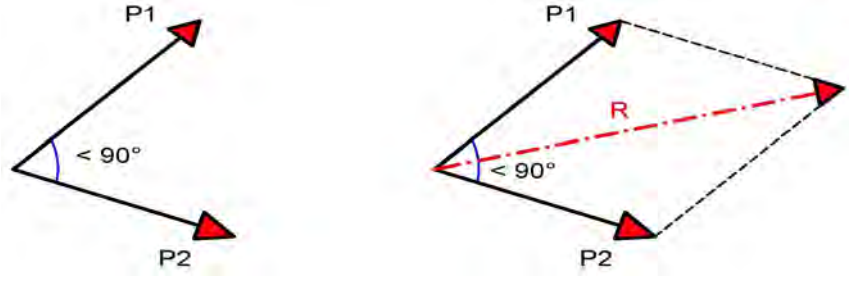
1.1.3.2. Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin Cosinüs Teoremi İle Hesaplanması

Kesişen iki kuvvet dar açı, dik açı ve geniş açıyla kesişir. Kesişen iki kuvvetin bileşkesinin bulunması için ise Cosinüs Teoremi, Kuvvetler Paralel Kenarı Yöntemi, Kuvvetler Üçgeni ve İzdüşüm Yöntemi kullanılır.

Dar Açıda Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesini Cosinüs Teoremi ile Hesaplama

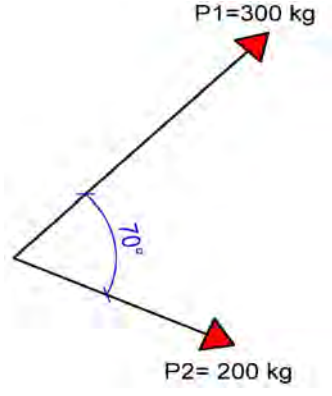
Kuvvetler aynı doğrultuda değilse ve dar açıda kesişiyorsa açının 90°den küçük olması ve Cos 90°den küçük açıların pozitif (+) değerli olması hâlidir. Bu durumda dar açıda kesişen iki kuvvetin bileşkesi aşağıda verilen bağıntıyla hesaplanır (Şekil 1.6).

α (Alfa) < 90° olduğundan $\mathbf{R^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 . P_2 . Cos\alpha}$ bağıntısıyla hesaplanır.



Şekil 1.6: Dar açıda kesişen iki kuvvet ve bileşkesi (α < 90°)

Problem: Aşağıda verilen P_1 ve P_2 kuvvetlerinin (Şekil 1.7) bileşkesini (R) Cosinüs Teoremi ile hesaplayınız. (Cos 70° = 0,342)



Çözüm:

α < 90° olduğundan $\mathbf{R^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 . P_2 . Cos\alpha}$ bağıntısından

$R^2 = 300^2 + 200^2 + 2.300.200.Cos\ 70°$

$R^2 = 90000+40000+12000x0,342$ buradan da $R^2 = 130000+4104$

$R^2 = 134104$ olur. Eşitlikte iki tarafın karekökü alınır.

R= 366,202 kg bulunur.

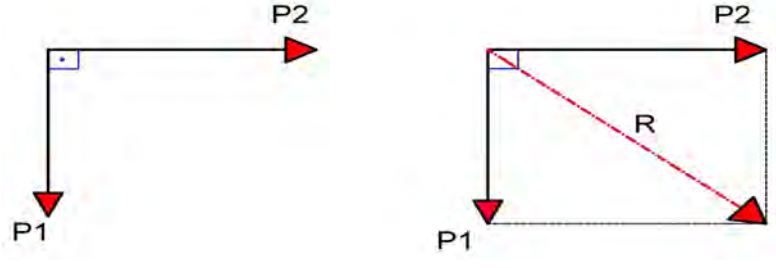
Şekil 1.7: Kesişen iki kuvvetin bileşkesi (α < 90°)

Dik Açıyla Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesini Cosinüs Teoremi ile Hesaplama

Dar açıyla kesişen kuvvetlerin bileşke hesabı aynı bağıntıyla hesaplanır. Buradaki tek fark, aralarındaki açının 90° olmasıdır,

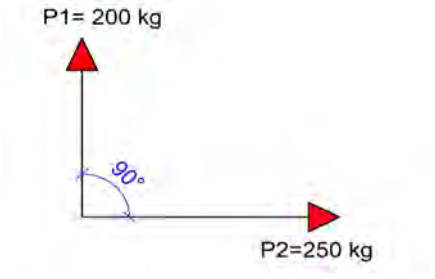
Cos 90°nin değerinin sıfıra (0) eşit ve sıfırın da çarpmada yutan eleman olmasından dolayı Cosinüs Teoremi yer alan yanındaki değerleri yutar (Şekil 1.8). Bu durumda dik açıda kesişen iki kuvvetin bileşkesi:

α = 90° olduğundan
$\mathbf{R^2 = P_1^2 + P_2^2}$ bağıntısıyla hesaplanır.



Şekil 1.8: Dik açıda kesişen iki kuvvet ve bileşkesi (α = 90°)

Problem: Yanda verilen P_1 ve P_2 kuvvetlerinin (Şekil 1.9) bileşkesini (R) Cosinüs Teoremi ile hesaplayınız (Cos 90° = 0).

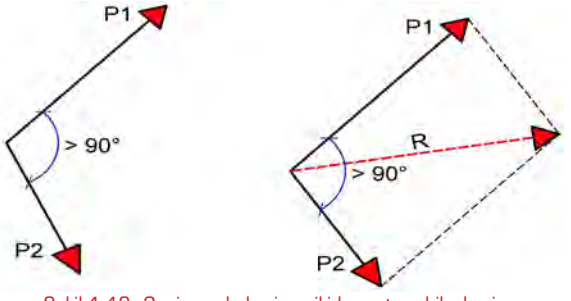


Şekil 1.9: Dik açıda kesişen iki kuvvet ve bileşkesi

Çözüm: α = 90° ve Cos 90° = 0 olduğundan
$R^2 = P_1^2 + P_2^2$ bağıntısından $R^2 = 200^2 + 250^2$ buradan
$R^2 = 40000 + 62500$ toplamından $R^2 = 102500$ bulunur.
Eşitlikte iki tarafın karekökü alınır.
R= 320,16 kg bulunur.

Geniş Açıda Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesini Cosinüs Teoremi ile Hesaplama

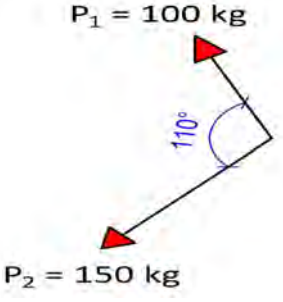
Dar ve dik açıyla kesişen kuvvetlerin bileşke hesabı ile aynı bağıntı kullanılarak hesaplanır. Buradaki fark, aralarındaki açının da 90°den büyük ve Cos 90°den büyük açının negatif (-) değerli olması hâlidir (Şekil 1.10). Bu durumda geniş açıda kesişen iki kuvvetin bileşkesi:
α > 90° olduğundan
$R^2 = P_1^2 + P_2^2 - 2P_1 . P_2 . Cos\alpha$ bağıntısıyla hesaplanır.



Şekil 1.10: Geniş açıda kesişen iki kuvvet ve bileşkesi

Problem: Aşağıda verilen P_1 ve P_2 kuvvetlerinin (Şekil 1.11) bileşkesini (R) Cosinüs Teoremi ile hesaplayınız (Cos 110° = -Cos 70^0 = 0,342).

Çözüm:
α > 90° olduğundan **$R^2 = P_1^2 + P_2^2 - 2P_1 . P_2 . Cos\alpha$** bağıntısından
$R^2 = 100^2 + 150^2 - 2.100.150.Cos\ 110°$
$R^2 = 10000 + 22500 - 30000 \times 0,342$ buradan da
$R^2 = 32500 - 10260$
$R^2 = 22240$ olur. Eşitlikte iki tarafın karekökü alınır.
R= 149,13 kg bulunur.

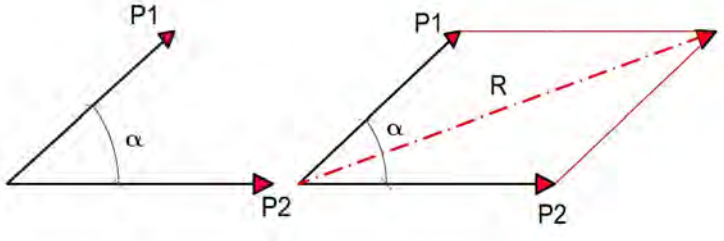


Şekil 1.11: Geniş açıda kesişen iki kuvvet ve bileşkesi (α > 90°)

1.1.3.3. Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin Kuvvetler Paralelkenarı ve Kuvvetler Üçgeni Yöntemiyle Bulunması

Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin Kuvvetler Paralelkenarı Yöntemiyle Bulunması

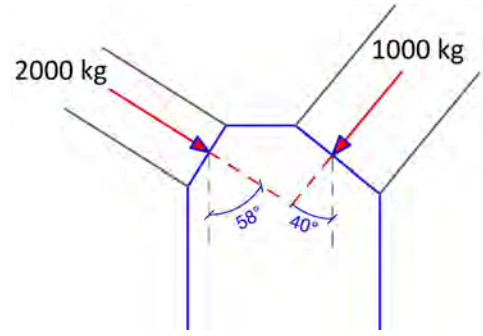
Kesişen iki kuvvetin arasındaki açıya ve kuvvet ölçeğine (Örneğin; 50 kg = 1 cm veya 1 ton = 1 cm gibi) uygun şekilde kuvvetler çizilir. Çizilen kuvvetlerin birbirlerinin bitiş noktalarına paralel olacak şekilde kuvvetler taşınarak paralelkenar oluşturulur. Oluşturulan paralelkenarın başlangıç noktası ile diğer noktası yani bitiş noktası arasına bileşke kuvvet çizilir. Bileşke kuvvetin uzunluğu ölçülür. Ölçülen uzunluğun kuvvet ölçeği ile çarpımı sonucu bileşke kuvvetin şiddeti bulunur (Şekil 1.12).



Şekil 1.12: Kesişen iki kuvvetin kuvvetler paralel kenarı yöntemi ile bileşkesi

Şekil 1.12'de oluşturulan kuvvetler paralelkenarının başlangıç ve bitiş noktasını oluşturan köşegen uzunluğu cetvelle ölçülür. **R= Kuvvet Ölçeği x Ölçülen Uzunluk** ile bileşke kuvvetin değeri bulunur.

Problem: Şekil 1.13'te verilen bir kemere ait üzengi ayağına gelen kuvvetler gösterilmiştir. Bu kemerin üzengi ayağına etki eden bileşke kuvvetini bulunuz.
(Kuvvet ölçeği: 1000 kg = 1 cm)



Şekil 1.13: Kemer üzengi ayağına etki eden kesişen iki kuvvet

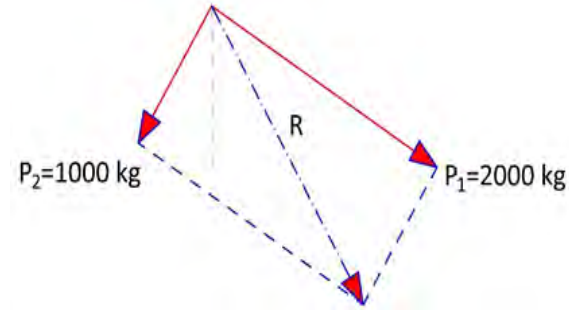
Çözüm: Şekil 1.14'te olduğu gibi kemerin üzengi ayağına gelen iki kuvvetin bileşkesi, kuvvetler paralel kenarı yöntemiyle aralarındaki açılar, açıölçer ile belirlenerek verilen kuvvet ölçeği ile aşağıdaki gibi çizilir.

Şekil 1.14'te R'nin uzunluğu cetvelle yaklaşık 2,1 cm olarak ölçülür. Buradan da
R ≅ 2,075x1000 ≅ 2075 kg bulunur.

Cosinüs Teoremi kullanarak kontrolünü yaparsak;
α>90° olduğundan **$R^2 = P_1^2 + P_2^2 - 2P_1 . P_2 . Cos\alpha$** bağıntısı ile $R^2 = 1000^2 + 2000^2 - 2.1000.2000.Cos\ 98°$

R^2 = 1000000+4000000 - 4000000 x 0,1736 buradan da
R^2 = 5000000 - 694400 ise R^2 = 4305600 olur. Eşitlikte iki tarafın karekökü alınır.

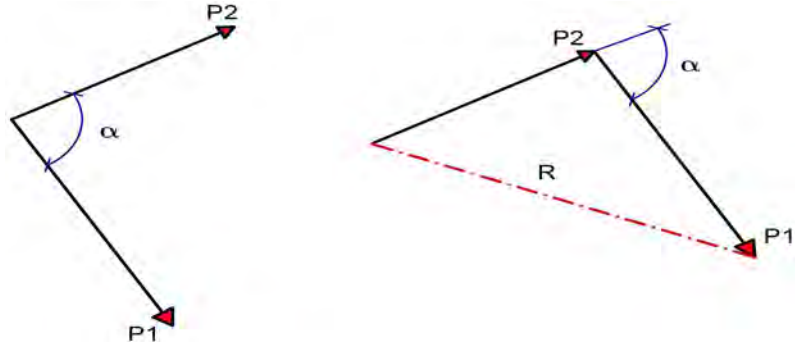
R ≅ 2075 kg bulunur.



Şekil 1.14: Kemer üzengi ayağına etki eden kesişen iki kuvvetin bileşkesi

Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin Kuvvetler Üçgeni Metodu ile Bulunması

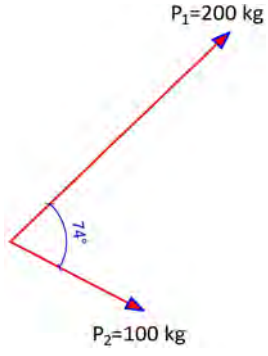
Bileşke kuvvetin kuvvetler üçgeni yöntemiyle bulunmasında ilk önce kuvvetlerden biri verilen kuvvet ölçeğinde (Örneğin; 100 kg = 1 cm veya 5 ton = 1 cm gibi) çizilir. Diğer kuvvet açısına ve kuvvet ölçeğine uygun olarak diğer kuvvetin ucuna eklenerek çizilir. Birinci kuvvetin başlangıç noktası ile ikinci kuvvetin bitiş noktası birleştirilerek kuvvetler üçgeni oluşturulur (Şekil 1.15). Kuvvetler üçgenini oluşturan bileşke kuvvet (R) gönye ile ölçülür. Ölçülen uzunluk kuvvet ölçeği ile çarpımı sonucu bileşke kuvvetin şiddeti bulunur.



Şekil 1.15: Kesişen iki kuvvetin kuvvetler üçgeni yöntemi ile bileşkesi

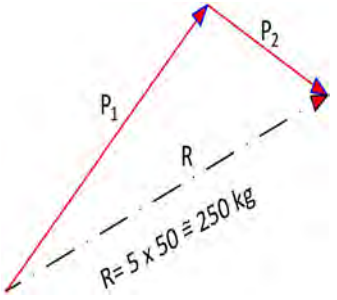
Şekil 1.15'te oluşturulan kuvvetler üçgeninin başlangıç ve bitiş noktasını oluşturan uzunluk cetvel ile ölçülür. **R= Kuvvet Ölçeği x Ölçülen Uzunluk** ile bileşke kuvvetin değeri bulunur.

Problem: Şekil 1.16'da verilen P_1 ve P_2 kuvveti arasındaki açı 74° olduğuna göre bileşke kuvvetini, kuvvetler üçgeni yöntemi ve kuvvetler paralelkenarı yöntemi ile bulunuz.
(Kuvvet ölçeği: 50 kg = 1 cm)



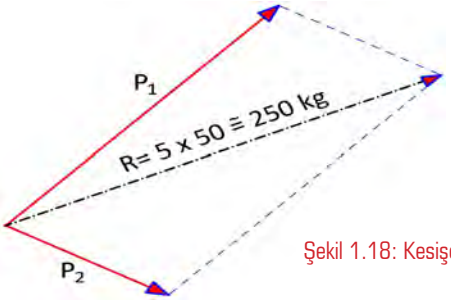
Şekil 1.16: İki kuvvetin kesişimi

Çözüm: Bileşke; kuvvetler üçgeni yöntemiyle kuvvetlerin arasındaki açı, açı açıölçer ile belirlenir ve verilen kuvvet ölçeği ile Şekil 1.17'de olduğu gibi çizilerek bulunur.



Şekil 1.17: Kesişen iki kuvvetin kuvvetler üçgeni ile bileşkesi

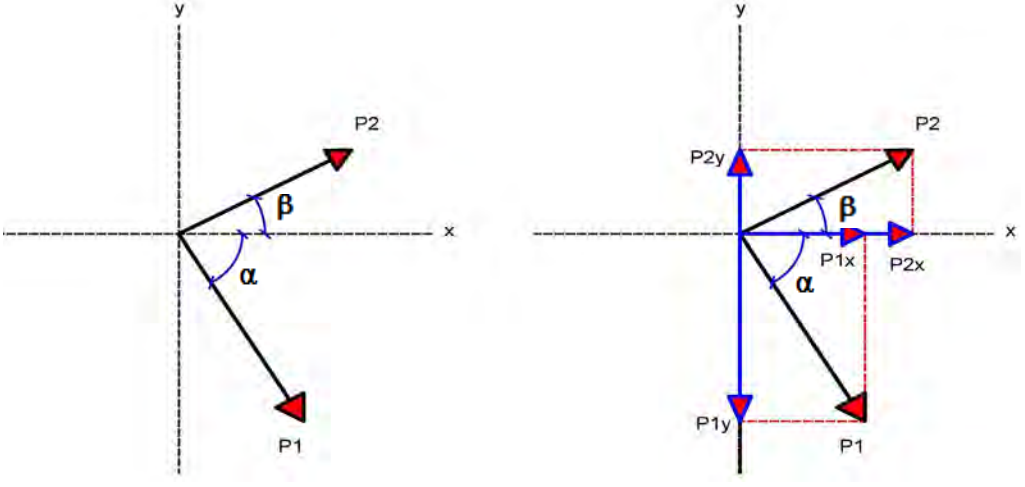
Bileşke; kuvvetler paralelkenarı yöntemiyle kuvvetlerin arasındaki açı, açıölçer ile belirlenir ve verilen kuvvet ölçeği ile Şekil 1.18'de olduğu gibi çizilerek bulunur.



Şekil 1.18: Kesişen iki kuvvetin kuvvetler paralelkenarı ile bileşkesi

1.1.3.4. Kesişen İki Kuvvetin Bileşkesinin İzdüşüm Yöntemiyle Bulunması

İzdüşüm yönteminde koordinat düzlemleri üzerine izdüşümleri (x ve y eksenleri izdüşümleri) alınır. İzdüşüm bileşenlerinin toplamları alınarak tek kuvvete dönüştürülür.



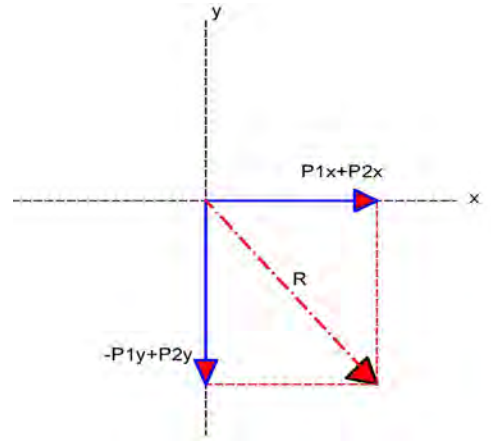
Şekil 1.19: Kesişen iki kuvvetin x ve y eksenlerinde İzdüşümleri

Şekil 1.19'da kuvvetler ile eksenler arasındaki α (Alfa) ve β (Beta) açıları yatay eksene göre açı değerleri verilmiştir. Verilen duruma göre

$P_1x = P_1.Cos\alpha$ ve $P_1y = P_1.Sin\alpha$ olur.

$P_2x = P_2x.Cos\beta$ ve $P_2y = P_2.Sin\beta$ olur.

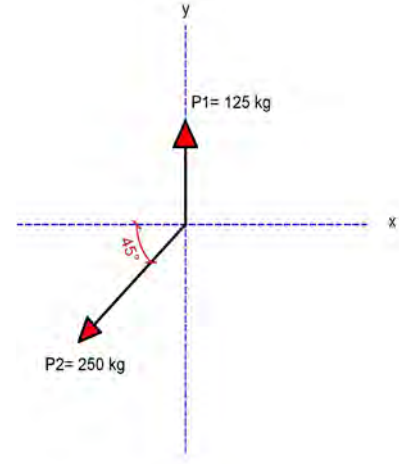
x ekseni üzerinde izdüşümleri alınan kuvvetlerin ikisi de (P_1x ve P_2x) aynı yönde soldan sağa doğru olan kuvvetleri (+) kabul edilirse **∑Px = P1x+P2x** bağıntısıyla hesaplanır. x ekseni üzerinde izdüşümleri alınan kuvvetlerden P_1y aşağı yönlü ve P_2y ise yukarı yönlü olduğu görülmektedir. Aşağı yönlü P1y kuvveti (-) ve yukarı yönlü P2y kuvveti (+) kabul edilirse **∑Py = -P1y+P2y** bağıntısıyla hesaplanır (Şekil 1.20).



Şekil 1.20: Kesişen iki kuvvetin bileşkesinin x ve y ekseninde izdüşüm yöntemi ile gösterimi

Böylelikle birbirleri ile 90°lik açı yapan x eksenindeki kuvvetlerin bileşkesi ∑**Px** ve y eksenindeki kuvvetlerin bileşkesi ∑**Py** bulunur. Şekil 1.20'de x ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan ∑**Px** ve y ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan ∑**Py** arasındaki açı 90° olduğundan; Cosinüs Teoremine göre
$\mathbf{R^2 = P_1^2 + P_2^2}$ bağıntısından hareketle $\mathbf{R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2}$ bağıntısıyla bulunur.

Problem: Şekil 1.21'de verilen P_1 ve P_2 kuvvetlerinin bileşkesini "İzdüşüm Yöntemi" ile hesaplayınız.
(Cos 45° = 0,707 ve Sin 45° = 0,707)



Şekil 1.21: Kesişen iki kuvvet

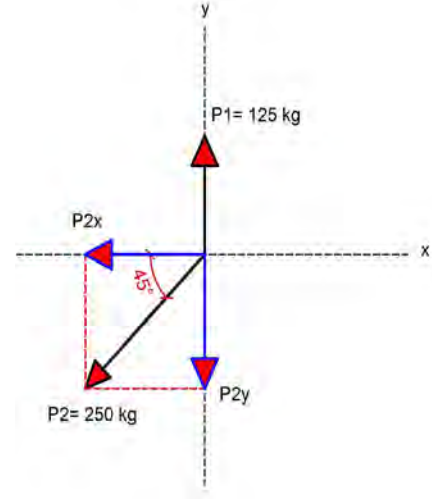
Çözüm: Öncelikle P_2 kuvvetinin x (yatay) ve y (düşey) eksenine olan izdüşümleri alınır (Şekil 1.22).

Şekil 1.22'de;
$P_1 = P_1y = 125$ kg (yukarı yönde)
$P_2x = P_2x.Cos\ 45° = 250 \times 0,707 = 176,75$ kg (sağdan sola yönde)

$P_2y = P_2.Sin\ 45° = 250 \times 0,707 = 176,75$ kg (yukarıdan aşağıya yönde)

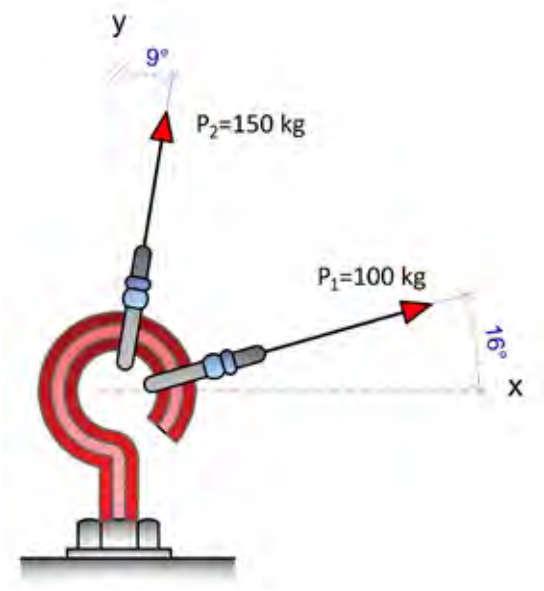
∑Px=P2x = 176,75 kg (sağdan sola "+" kabulü)
∑Py=P1y-P2y = 125-176,75 =- 51,75 kg (aşağıdan yukarı "+" yukarıdan aşağı "-" kabulü)

$R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2 = (176,75)^2 + (-51,75)^2$ buradan
$R^2 = 31240,5625 + 2678,0625$
$R^2 = 33918,625$ olur. Eşitlikte iki tarafın karekökü alınır.
R = 184,17 kg bulunur.



Şekil 1.22: Kesişen iki kuvvetin x ve y ekseninde izdüşümleri

Problem: Şekil 1.23'te verilen kancaya iki halat bağlanmıştır. P_1 ve P_2 kuvvetleri ile gösterilen kuvvetlerin bileşkesini "İzdüşüm Yöntemi" ile hesaplayınız.
(Cos 9° = 0,987 ve Sin 9° = 0,156;
Cos 16° = 0,961 ve Sin 16° = 0,276)



Şekil 1.23: Kesişen iki kuvvet

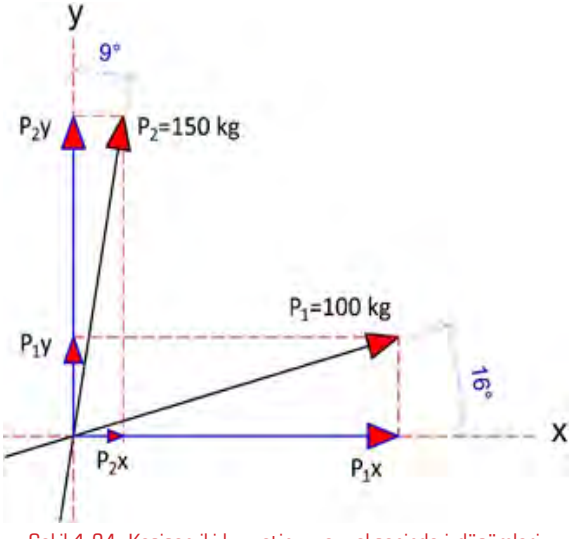
Çözüm: Şekil 1.23'te verilen kuvvetlerin x ve y eksenlerine izdüşümleri alınır.

Şekil 1.24'te;

$P_1x = P_1x.\text{Cos } 9° = 100 \times 0,156 = 15,60$ kg (soldan sağa)
$P_1y = P_1.\text{Sin } 9° = 100 \times 0,987 = 98,70$ kg (aşağıdan yukarı)

$P_2x = P_2x.\text{Cos } 16° = 150 \times 0,961 = 144,15$ kg (soldan sağa)
$P_2y = P_2.\text{Sin } 16° = 150 \times 0,276 = 41,40$ kg (aşağıdan yukarı)

$\sum Px = P_1x + P_2x$ = 15,60 + 144,15 = 159,75 kg (sağdan sola "+" kabulü)
$\sum Py = P_1y + P_2y$ = 98,70 + 41,40 = 140,10 kg (aşağıdan yukarı "+" yukarıdan aşağı "-" kabulü)



Şekil 1.24: Kesişen iki kuvvetin x ve y ekseninde izdüşümleri

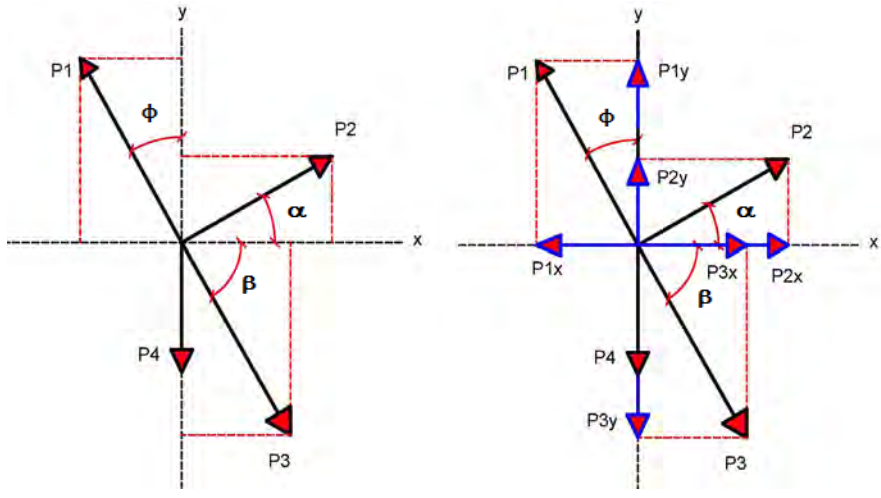
$R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2 = (159,75)^2 + (140,10)^2$ buradan
$R^2 = 25520,63 + 19628,01$
$R^2 = 45148,64$ olur. Eşitlikte iki tarafın karekökü alınır.
R = 212,48 kg bulunur.

1.1.3.5. Kesişen İkiden Çok Kuvvetin Bileşkesinin Bulunması

Kesişen ikiden çok kuvvetin bileşkesinin bulunmasında genellikle; İzdüşüm Yöntemi, Kuvvetler Çokgeni Yöntemi, Kuvvetler Üçgeni (İndirgeme-Yoketme Yöntemi) gibi yöntemler kullanılır.

Kesişen ikiden çok kuvvetin konumları ve kuvvetlerin arasındaki açılar doğrultusunda bu yöntemlerden çözüme uygun olan seçilerek ikiden çok kuvvetin bileşkesi bulunur.

Kesişen İkiden Çok Kuvvetin Bileşkesini İzdüşüm Yöntemiyle Bulma



Şekil 1.25: Kesişen ikiden çok kuvvetin x ve y eksenlerinde izdüşümleri

Şekil 1.25'te P_2 kuvveti ile eksen arasındaki açı α (Alfa), P_3 kuvvetler ile yatay eksen arasındaki açı β (Beta), P_1 kuvveti ile düşey eksen arasındaki açı ϕ (Fi) olarak verildiği görülmektedir. P_4 kuvveti ise düşey eksen üzerinde dik konumdadır.

Şekil 1.25'te verilen kuvvetlerin durumuna göre

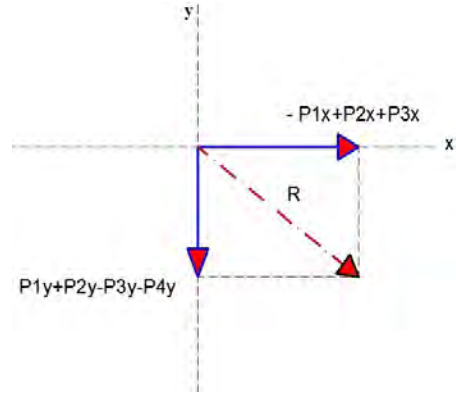
P_1 kuvveti ile **düşey eksen** arasındaki açı verildiğinden $\mathbf{P_1x = P_1.\ Sin\phi}$ ve $\mathbf{P_1y = P_1.\ Cos\phi}$ olur.
P_2 kuvveti ile **yatay eksen** arasındaki açı verildiğinden $\mathbf{P_2x = P_2x.Cos\alpha}$ ve $\mathbf{P_2y = P_2.Sin\alpha}$ olur.
P_3 kuvveti ile **yatay eksen** arasındaki açı verildiğinden $\mathbf{P_3x = P_3x.Cos\beta}$ ve $\mathbf{P_3y = P_2.Sin\beta}$ olur.
P_4 kuvveti ise düşey (y) ekseni üzerindedir. Dolayısıyla $\mathbf{P_4 = P_4y}$ olur.

x yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri: **P_1x, P_2x ve P_3x**
y yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri: **P_1y, P_2y, P_3y ve P_4y**

P_1x kuvveti sağdan sola olduğundan (-), P_2x ve P_3x kuvvetleri soldan sağa (+) kabul edilirse:
$\mathbf{\sum Px = -P_1x+P_2x+P_3x}$ bağıntısıyla hesaplanır.

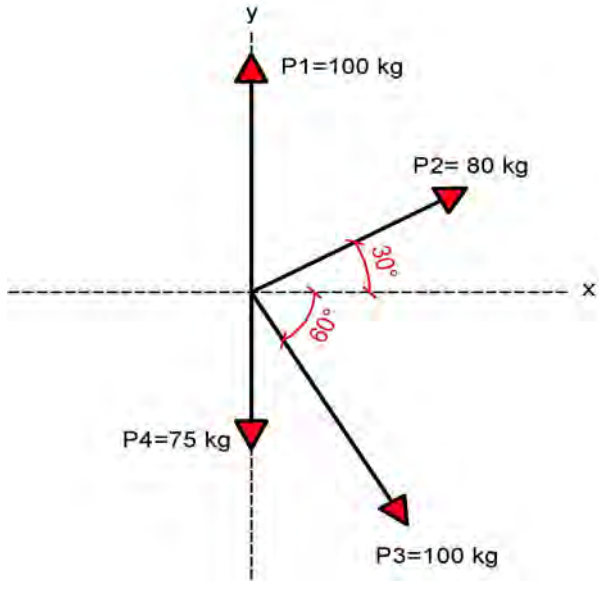
P_1y ve P_2y kuvvetleri yukarı yönde olduğundan (+), P_3y ve P_4y kuvvetleri aşağı yönde (-) kabul edilirse:
$\mathbf{\sum Py = P_1y+P_2y-P_3y-P_4y}$ bağıntısıyla hesaplanır.

Şekil 1.26'da x ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan **∑Px** ve y ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan **∑Py** arasındaki açı 90° olduğundan, Cosinüs Teoremine göre $\mathbf{R^2 = P_1^{\,2} + P_2^{\,2}}$ bağıntısından hareketle
$\mathbf{R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2}$ bağıntısıyla bulunur.



Şekil 1.26: Kesişen ikiden çok kuvvetin bileşkesinin x ve y ekseninde izdüşüm yöntemi ile gösterimi

Problem: Şekil 1.27'de verilen P_1, P_2 ,P_3 ve P_4 kuvvetlerinin bileşkesini İzdüşüm Yöntemi ile hesaplayınız. (Cos 30° = 0,866 ve Sin 30° = 0,5; Cos 60°= 0,5 ve Sin 60° = 0,866)



Şekil 1.27: Kesişen dört kuvvetin x ve y eksenlerine göre konumları

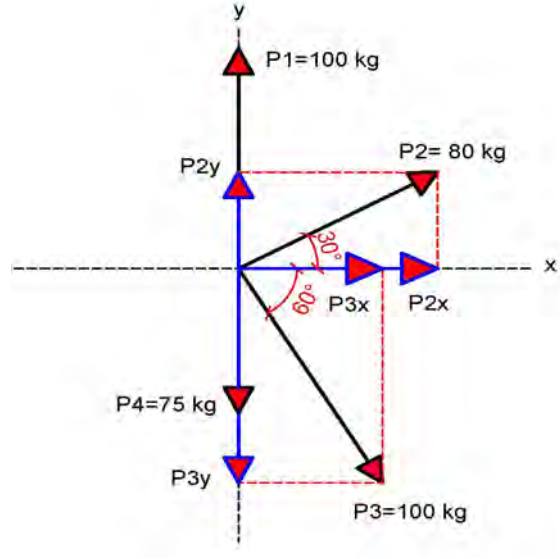
Çözüm: Şekil 1.28'de verilen duruma göre

P_2 kuvveti ile **yatay eksen** arasındaki açı verildiğinden **$P_2x = P_2.Cos\ 30°$ ve $P_2y = P_2.Sin\ 30°$** olur.
P_3 kuvveti ile **yatay eksen** arasındaki açı verildiğinden **$P_3x = P_3.Cos\ 60°$ ve $P_3y = P_3.Sin\ 60°$** olur.
P_1 ve P_4 kuvvetleri ise düşey (y) ekseni üzerindedir. Dolayısıyla $P_1 = P_1y$ ve $P_4 = P_4y$ olarak alınır.

Şekil 1.28'de;

x yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri
$P_2x = P_2.Cos\ 30° = 80 \times 0,866 = 69,28$ kg
$P_3x = P_3.Cos\ 60° = 100 \times 0,5 = 50$ kg

y yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri
$P_1y\ (P_1) = 100$ kg
$P_2y = P_2.Sin\ 30° = 80 \times 0,5 = 40$ kg
$P_3y = P_3.Sin\ 60° = 100 \times 0,866 = 86,6$ kg
$P_4y(P_4) = 75$ kg



Şekil 1.28: Kesişen dört kuvvetin x ve y eksenlerinde İzdüşüm görünümleri

P_2x ve P_3x kuvvetleri aynı yönde soldan sağa olduğundan (+) kabul edilirse bu örnekte sağdan sola herhangi bir yatay kuvvet bulunmamaktadır.

$\sum Px = P_2x+P_3x = 69,28 + 50 = 119,28$ kg (x yatay ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü sağdan sola doğrultuda) bulunur.

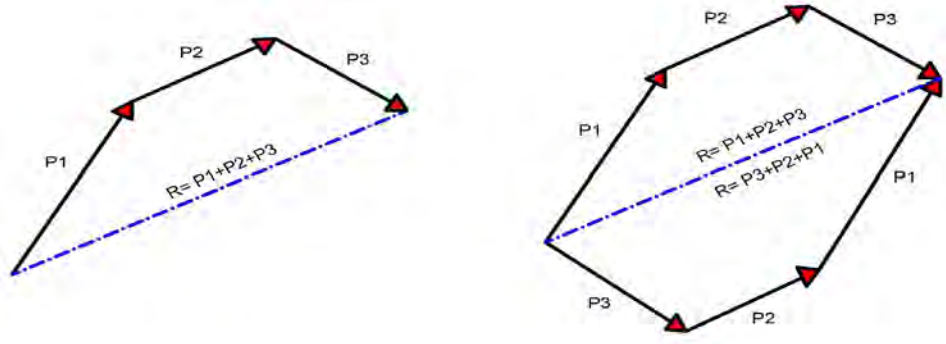
P_1y ve P_2y kuvvetleri yukarı yönde olduğundan (+), P_3y ve P_4y kuvvetleri aşağı yönde (-) kabul edilirse:

$\sum Py = P_1y+P_2y-P_3y-P_4y = 100 + 40 – 86,6 – 75 = -21,6$ kg (y düşey ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü aşağı doğrultuda) bulunur.

Şekil 1.29'da x ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan **$\sum Px$** ve y ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan **$\sum Py$** arasındaki açı 90° olduğundan Cosinüs Teoremine göre
$R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2$ = $(119,28)^2 + (-21,6)^2$ = 14227,72 + 466,56 buradan da **$R^2 = 14694,28$** olur. Eşitlikte her iki tarafının karekökü alınırsa; **R= 121,22 kg** bulunur.

Kesişen İkiden Çok Kuvvetin Bileşkesini Kuvvetler Çokgeni (Poligon) Yöntemiyle Bulma

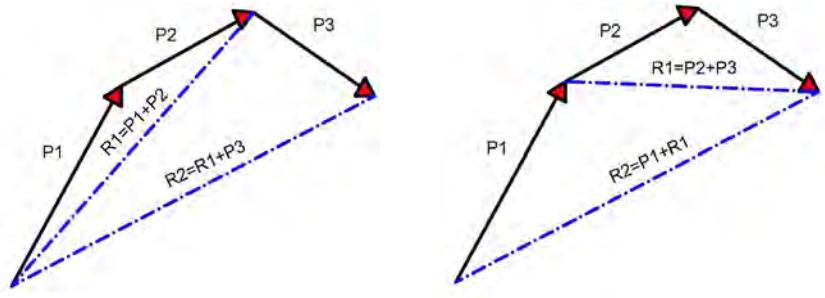
İkiden çok kuvvetin bileşkesi Çokgen (Poligon) yöntemiyle bulunurken kuvvetlerin büyüklüğü için bir kuvvet ölçeği seçilir (Örneğin; 50 kg = 1 cm veya 1 ton = 1 cm gibi). Kuvvet ölçeğine göre kuvvetler arasındaki açılar açıölçer ile belirlenerek uç uca eklenir. Başlangıç noktası ile son eklenen kuvvetin bitiş noktası birleştirilerek bileşke kuvvet çizilir. Bileşke kuvvet uzunluğu ölçülerek kuvvet ölçeği ile çarpımı sonucu bileşke kuvvetin şiddeti bulunur (Şekil 1.30).



Şekil 1.30: Kesişen ikiden çok kuvvetin kuvvetler çokgeni yöntemi ile bileşkesinin bulunması gösterimi

Kesişen İkiden Çok Kuvvetin Bileşke Kuvvetini Kuvvetler Üçgeni (İndirgeme-Yok etme) Yöntemiyle Bulma

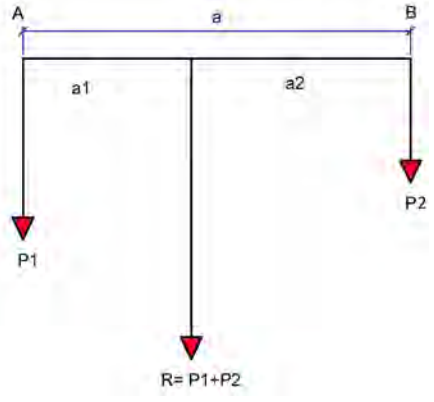
İkiden çok kuvvetin bileşkesi Üçgen (İndirgeme-Yok etme) yöntemiyle bulunurken kuvvetlerin büyüklüğü için bir kuvvet ölçeği seçilir.
Kuvvet ölçeğine göre birinci kuvvet ile ikinci kuvvet uç uca aralarındaki açı, açıölçer yardımıyla açı belirlendikten sonra eklenir ve başlangıç noktası ile bitiş noktası birleştirilerek iki kuvvetin birinci bileşke kuvveti bulunur. Bulunan birinci bileşkenin ucuna üçüncü kuvvet eklenir, ikinci bileşke kuvvet bulunur. Bu işlemler son kuvvet ekleninceye kadar devam ettirilir. Son bulunan bileşke kuvvet ile son kuvvet uç uca eklendikten sonra bu bileşkenin başlangıç noktası ile son kuvvetin bitiş noktası birleştirilerek gerçek bileşke kuvvet çizilir. Bileşke kuvvet uzunluğu ölçülerek kuvvet ölçeği ile çarpımı sonucu bileşke kuvvetin şiddeti bulunur (Şekil 1.31).



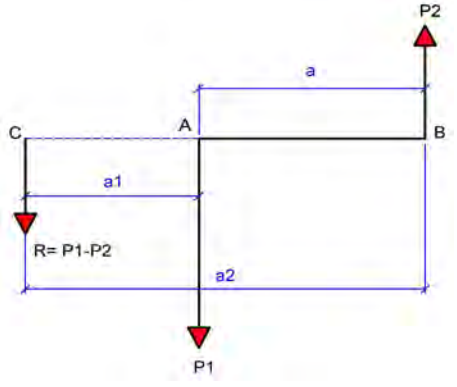
Şekil 1.31: Kesişen ikiden çok kuvvetin kuvvetler üçgeni yöntemi ile bileşkesinin bulunması gösterimi

1.1.3.6. Paralel Kuvvetlerin Bileşkesi

Bir cisim (veya sistem) üzerinde aynı noktaya etki etmeyen, doğrultuları birbirine paralel olan kuvvetlerin bileşkesi skaler (toplama veya çıkarma) işlemle hesaplanabilir. Bileşke kuvvetin yeri ise denge şartlarıyla bulunur. Aynı yönlü ve zıt yönlü paralel iki kuvvetin bileşke yeri analitik yöntemle aşağıdaki şekilde hesaplanır (Şekil 1.32, Şekil 1.33).



Şekil 1.32: Aynı yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesi



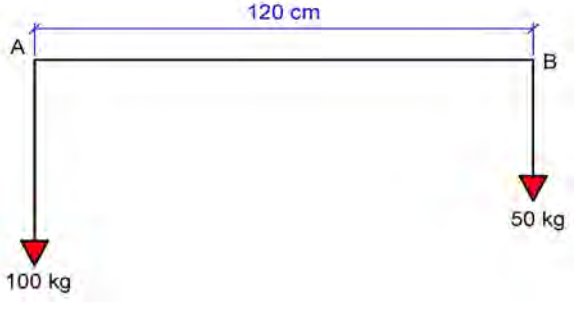
Şekil 1.33: Zıt yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesi

$P_1.a_1 = P_2.a_2$ bağıntısından
$a_1 = a.\ P_2/R$ ve $a_2 = a.P_1/R$
bağıntıları elde edilir.

$P_1.a_1 = P_2.a_2$ bağıntısından
$a_1 = a.\ P_2/R$ bağıntısı elde edilir.

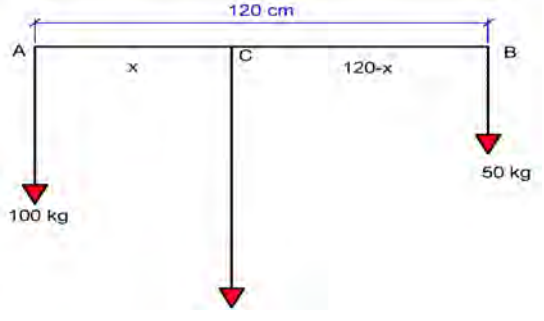
Aynı yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesi bu iki kuvvetin arasında büyük kuvvete yakın ve büyük kuvvet yönündedir (Şekil 1.32). Zıt yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesi bu kuvvetlerin dış tarafından büyük kuvvete yakın ve büyük kuvvet yönündedir (Şekil 1.33).

Problem: Şekil 1.34'te verilen 100 kg ve 50 kg'lık aynı yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesini ve bileşkenin yerini (uygulama noktasını) bulunuz.



Şekil 1.34: Aynı yönlü paralel iki kuvvet

Çözüm: Şekil 1.35'te bileşke kuvvet C uygulama noktasında olur. R = 100 + 50 ise R = 150 kg olur.



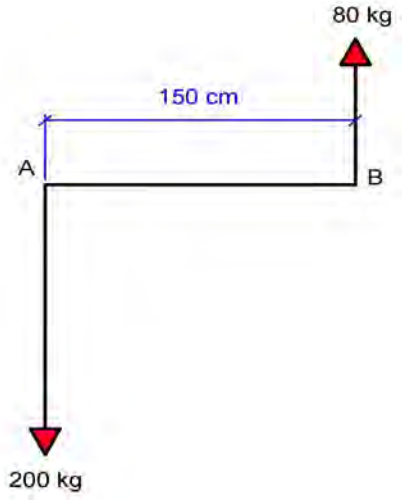
Şekil 1.35: Aynı yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesi ve yeri

$$x = \frac{120.50}{150}$$ ise 150.x = 6000 olur.

$$x = \frac{6000}{150}$$ ise AC = x = 40 cm

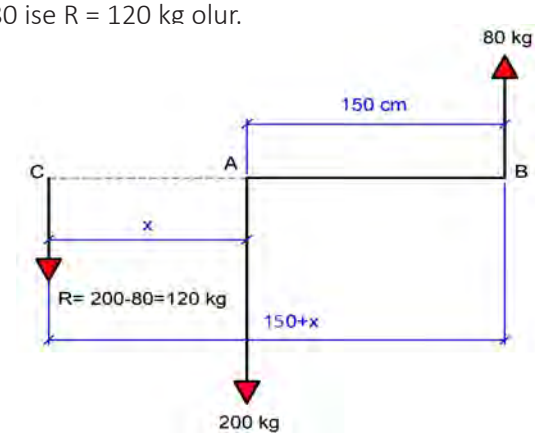
CB = (120-x) buradan da CB = 120 – 40 ise CB = 80 cm bulunur.

Problem: Şekil 1.36'da verilen 200 kg ve 80 kg'lık zıt yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesini ve bileşkenin yerini (uygulama noktasını) bulunuz.



Şekil 1.36: Zıt yönlü paralel iki kuvvet

Çözüm: Şekil 1.37'de görüldüğü gibi bileşke kuvvet C uygulama noktasında olur.
R = 200- 80 ise R = 120 kg olur.



Şekil 1.37: Zıt yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesi ve yeri

$$x = \frac{150.80}{120}$$ AC = x = 100 cm bulunur.

Buradan BC= 150 + 100 = 250 cm olur.

BİLGİ KUTUSU

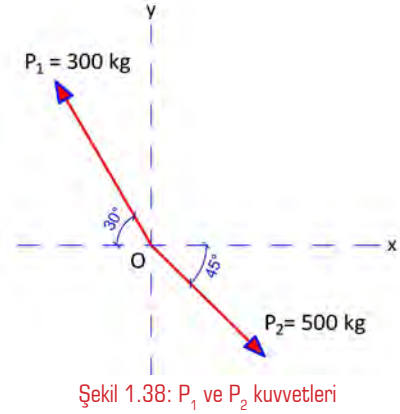
İnsanların, olaylar karşısında tek başına seslerini duyurması çok zordur. Bir topluluk olarak hareket ettiklerinde ise mutlaka dikkate alınır ve fark edilirler. Çünkü insanlar, çoğunluğu göz ardı edemez ve yok sayamazlar.

Kuvvetler de tek başına düşünüldüğünde etkisi azdır. Kuvvetler bir araya getirilip bileşke kuvvet olduğunda ise etkisi fazla olur. Bu durum "Birlikten kuvvet doğar." atasözü ile ifade edilebilir.

SIRA SİZDE

Şekil 1.38'de verilen P_1 ve P_2 açısal kuvvetlerinin bileşkesini;

- **İzdüşüm yöntemi ile bulunuz?**
- **Kuvvetler üçgeni yöntemiyle bulunuz?**



Şekil 1.38: P_1 ve P_2 kuvvetleri

1.2. UYGULAMA BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI

8 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

36141

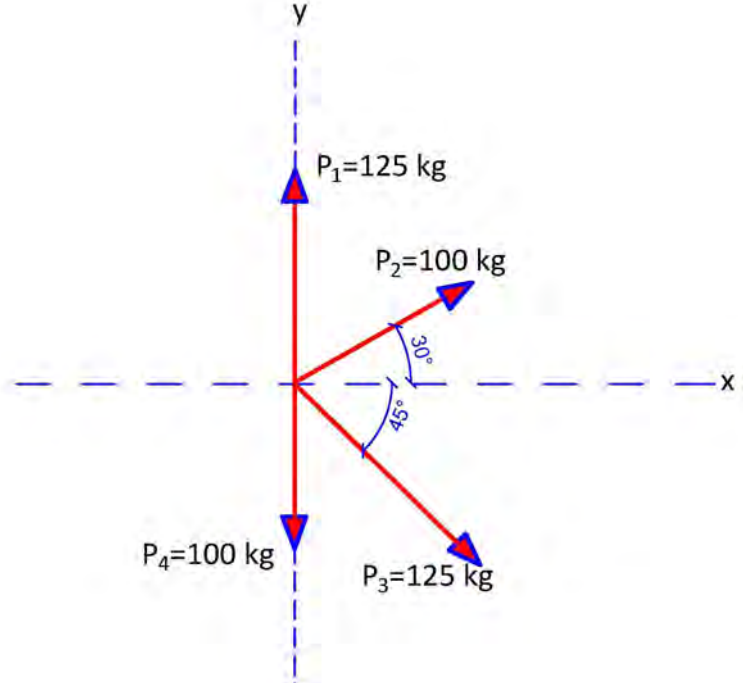
Bu çalışmanın amacı, kuvvetlerin bileşkesinin bulunması ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Bileşke kuvvet uygulamasını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

Şekil 1.39'da verilen kuvvetlerin bileşkesini;

- İzdüşüm yöntemiyle bulunuz (Cos 30° = 0,866 ve Sin 30° = 0,5; Cos 45° = Sin 45° = 0,707).
- Kuvvetler çokgeni yöntemiyle bulunuz (Kuvvet ölçeği: 50 kg = 1 cm).



Şekil 1.39: İkiden çok kuvvetin bileşkesi

Yönerge

- **Çalışmanızda kuvvetlerin düzlemler ile yaptıkları açılara ve kuvvet ölçeğine dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

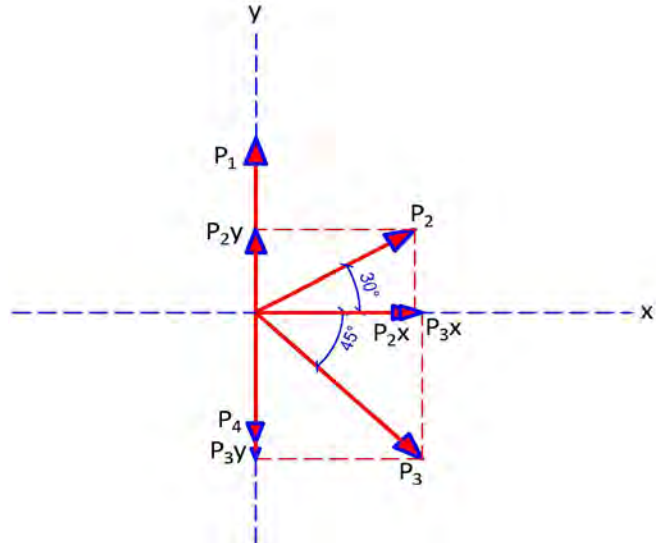
İzdüşüm Yöntemi

- Şekil 1.39'da verilen kuvvetlerin yatay (x) ve düşey (y) ekseni üzerindeki izdüşümlerinin hesaplanması için bağıntılar yazılır.

P_2 kuvveti ile **yatay eksen** arasındaki açı verildiğinden **$P_2x = P_2.Cos\ 30°$** ve **$P_2y = P_2.Sin\ 30°$** olur.
P_3 kuvveti ile **yatay eksen** arasındaki açı verildiğinden **$P_3x = P_3.Cos\ 45°$** ve **$P_3y = P_3.Sin\ 45°$** olur.
P_1 ve P_4 kuvvetleri ise **düşey** ekseni üzerindedir. Dolayısıyla **$P_1 = P_1y$** ve **$P_4 = P_4y$** olarak alınır.

- Dik doğrultulu ve açısal doğrultulu kuvvetlerin x (yatay) ve y (düşey) eksenlerinde izdüşümleri çizilir (Şekil 1.40).

- Şekil 1.40'tan kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümlerinin değerleri bulunur.

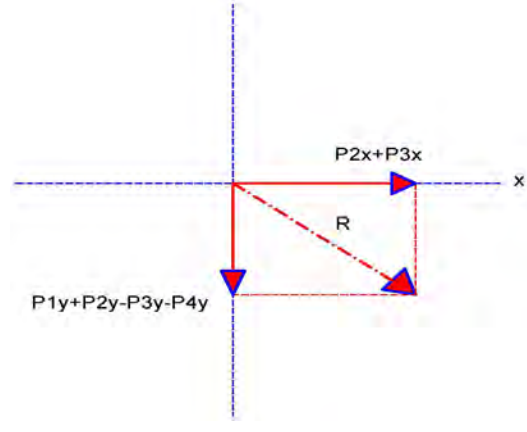


Şekil 1.40: İkiden çok kuvvetin x ve y eksenlerinde izdüşümleri

x yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri: $P_2x = P_2.Cos\ 30° = 100 \times 0,866 = 86,6$ kg
$P_3x = P_3.Cos\ 45° = 125 \times 0,707 = 88,375$ kg

y yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri: $P_1y\ (P_1) = 125$ kg
$P_2y = P_2.Sin\ 30° = 100 \times 0,5 = 50$ kg
$P_3y = P_3.Sin\ 45° = 125 \times 0,707 = 88,375$ kg
$P_4y(P_4) = 100$ kg

- Kuvvetlerin yatay ve düşey eksenler üzerindeki cebirsel toplamları ve bileşke gösterimleri çizilir.



Şekil 1.41: İkiden çok kuvvetin x ve y eksenlerindeki bileşkeleri

- **$\sum Px = P_2x + P_3x = 86,6 + 88,375 = 174,975$ kg** (x yatay ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü sağdan sola doğrultuda) bulunur.

  P_2x ve P_3x kuvvetleri aynı yönde soldan sağa olduğundan (+) kabul edilir (Bu örnekte sağdan sola herhangi bir yatay kuvvet bulunmamaktadır.).

- **$\sum Py = P_1y + P_2y - P_3y - P_4y = 125 + 50 - 88,375 - 100 = -13,75$ kg** (y düşey ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü aşağı doğrultuda) bulunur.

  P_1y ve P_2y kuvvetleri yukarı yönde olduğundan (+), P_3y ve P_4y kuvvetleri aşağı yönde (-) kabul edilir.

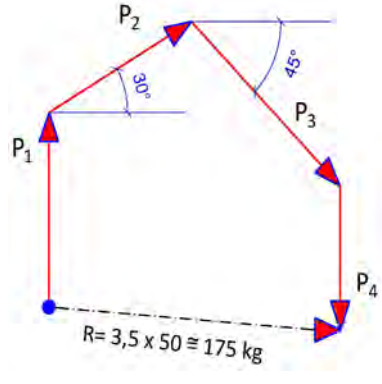
- Şekil 1.41'de x ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan **$\sum Px$** ve y ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamları olan **$\sum Py$** arasındaki açı 90° olduğundan Cosinüs Teoremine göre

  $R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2$ = $(174,975)^2 + (-13,75)^2 = 30616,251 + 189,063$ buradan da

  $R^2 = 30805,31$ kg olur. Eşitlikte her iki tarafının karekökü alınırsa **R= 175,514 kg** bulunur.

Kuvvetler Çokgeni Yöntemi

- P_1 = 125 kg kuvvet ölçeği 50 kg = 1 cm olduğundan 125/50 = 2,5 cm yukarı yönde dik olarak çizilir. (Şekil 1.42)
- P_2 = 100 kg olan kuvvet yatayla 30° açıyla yukarı yönlü 100/50 = 2 cm çizilir (Şekil 1.42).
- P_3 = 125 kg olan kuvvet yatayla 45° açıyla aşağı yönlü 125/50 = 2,5 cm çizilir (Şekil 1.42).
- P_4 = 100 kg olan kuvvet 125/50 = 2,5 cm aşağı dik yönlü çizilir (Şekil 1.42).
- P_1 kuvvetinin başlangıç noktası ile P_4 kuvvetinin bitiş noktası olan uç kısmı birleştirilecek şekilde kesik noktalı çizgi ile çizilir ve R bileşkesinin uzunluğu bulunur (Şekil 1.42).
- R bileşke uzunluğu gönye ile ölçülür. Ölçülen uzunluk 3,5 cm olacaktır (Şekil 1.42).
- Ölçülen uzunluk x kuvvet ölçeği bağıntısı ile bileşke kuvvetin değeri; R = 3,5 x 50 ≅ 175 kg bulunur (Şekil 1.42).



Şekil 1.42: Kuvvetler çokgeni yöntemiyle ikiden çok kuvvetin bileşkesi

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
	İzdüşüm Yöntemi İle Bileşke Kuvvet Hesabı		
1	Kuvvetlerin yatay (x) ve düşey (y) ekseni üzerindeki izdüşümleri değerlerinin hesaplanması için bağıntıları yazdınız mı?		
2	Dik ve açısal doğrultulu kuvvetlerin x (yatay) ve y (düşey) eksenlerindeki izdüşümlerini çizdiniz mi?		
3	Kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşüm değerlerini buldunuz mu?		
4	Kuvvetlerin yatay ve düşey eksenler üzerindeki cebirsel toplamları ve bileşke gösterimlerini çizdiniz mi?		
5	x yatay ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü sağdan sola doğrultuda olacak şekilde yatay yönlü kuvvetlerin cebirsel toplamını buldunuz mu?		
6	y düşey ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü aşağı doğrultuda olacak şekilde düşey yönlü kuvvetlerin cebirsel toplamını buldunuz mu?		
7	x ve y eksenlerinde bulduğunuz kuvvetlerin cebirsel toplamlarını Cosinüs Teoremi, $R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2$ bağıntısını kullanarak bileşkeyi hesapladınız mı?		
	Kuvvetler Çokgeni Yöntemi İle Bileşke Kuvvet Hesabı		
1	P_1 kuvvetini kuvvet ölçeğini kullanarak yukarı yönde dik olarak çizdiniz mi?		
2	P_2 kuvvetini yatayla 30° açıyla yukarı yönlü çizidiniz mi?		
3	P_3 kuvvetini yatayla 45° açıyla aşağı yönlü çizidiniz mi?		
4	P_4 kuvvetini aşağı dik yönlü çizdiniz mi?		
5	P_1 kuvvetinin başlangıç noktası ile P_4 kuvvetinin bitiş noktası olan uç kısmı ile birleşecek şekilde kesik noktalı çizgi ile çizerek R bileşke uzunluğunu çizdiniz mi?		
6	R bileşke uzunluğunu gönye ile ölçüp ölçülen uzunluk x kuvvet ölçeği bağıntısı ile bileşke kuvvetin değerini hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	35	55	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

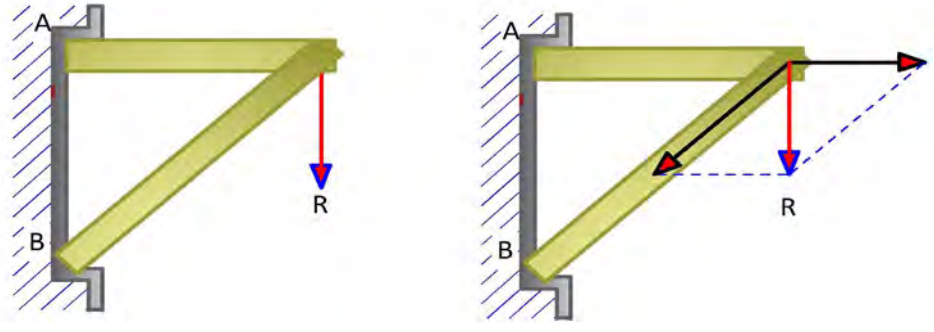
- Çevrenizde yapı elemanlarını ve cisimleri etkileyen kuvvetleri tespit ediniz.
- Tespit ettiğiniz bu kuvvetleri bileşenlerine nasıl ayırabileceğinizi düşününüz ve bunları arkadaşlarınızla paylaşınız.

1.3. KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA

Açısal konumda olan bir kuvveti x ve y eksenleri üzerinde ayrılmış iki kuvvet şeklinde ve dik konumda olan bir kuvvetin iki ayrı dik bileşene ayrılması, **kuvvetin bileşenlerine ayrılması** olarak tanımlanır. Bir kuvveti bileşenlerine ayırmak, o kuvveti birbirine dik veya paralel iki kuvvet şeklinde ifade etmektir. Kuvvetleri bileşenlerine ayırmak, cisimlere etkiyen yatay ve düşey kuvvetlerin değerlerinin belirlenmesini sağlar.

Bileşke kuvvetin meydana gelmesinde etkili olan kuvvetlerin her birine **bileşen kuvvet** denir.

Şekil 1.43'te verilen ankastre sistemde, A ve B noktalarına etki eden kuvvetlerin R kuvveti bileşenlerine ayrılması görülmektedir.



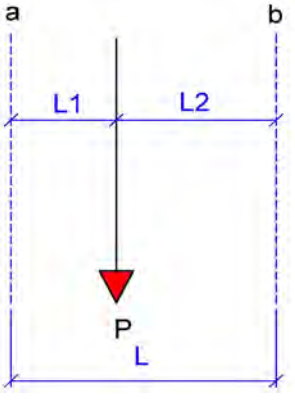
Şekil 1.43: Kuvvetin bileşenlere ayrılması

1.3.1. Kuvvetleri Bileşenlere Ayırma Yöntemleri

Kuvvetin bileşenlere ayrılmasında çeşitli yöntemler kullanılır. Bunlar; hesap yöntemi, ipçik çokgeni (ip poligonu veya füniküler çokgeni), sinüs (lami-sinüs) teoremi ve izdüşüm yöntemidir.

1.3.1.1. Hesap Yöntemiyle Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması

Şekil 1.44'te görülen P kuvvetinin belirli mesafelerdeki bileşenleri $P_1 = P \times L_2 / L$ ve $P_2 = P \times L_1 / L$ bağıntıları kullanılarak hesaplanır.



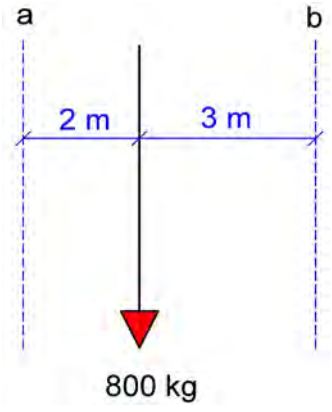
Şekil 1.44: Kuvvetin bileşenlere ayrılması

Problem: Şekil 1.45'te verilen kuvvetin bileşenlerinin değerlerini hesaplayınız.

Çözüm:

$P_1 = P \times L_2 / L = 800x3/5$ olduğuna göre **P_1 = 480 kg**

$P_2 = P \times L_1 / L = 800x2/5$ olduğuna göre **P_2 = 320 kg**



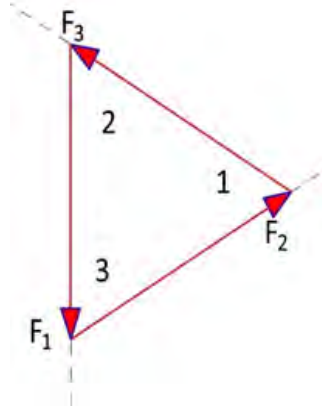
Şekil 1.45: Kuvvetin bileşenlere hesap yöntemi ile ayrılması

1.3.1.2. Sinüs (Lami-Sinüs) Teoremi ile Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması

Bu teoremin uygulanması için kuvvet sayısı 3 olmalı ve bu kuvvetler bir noktada kesişmelidir. Ayrıca, kuvvetlerin vektörel toplamı sıfıra eşit olmalıdır.

Yani kuvvetlerin uç uca toplamında üçgen kapanmalıdır. Bir kuvvet ayrıştırılacağı kuvvetlerle gelişigüzel bir üçgen oluşturduğunda, kuvvetlerin karşılarındaki açılar biliniyorsa "Lami-Sinüs Teoremi"ne göre işlem yapılır.

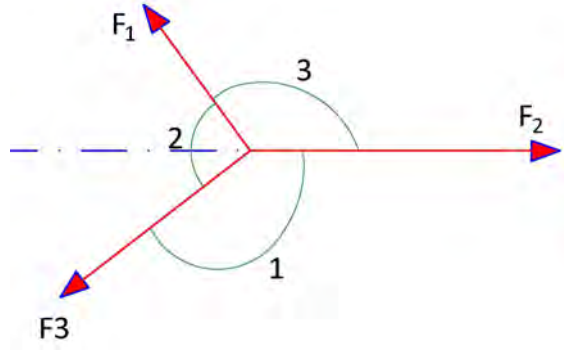
İç Lami-Sinüs Teoremi: Şekil 1.46'da görüldüğü gibi bileşke ve bileşen kuvvetlerin üçgeninde, kuvvetlerin karşılarındaki açıların sinüslerine oranı sabittir.



$$\frac{F_1}{Sin1} = \frac{F_2}{Sin2} = \frac{F_3}{Sin3}$$

Şekil 1.46: Kuvvetin bileşenlerine İç Lami Teoremi ile ayrılması

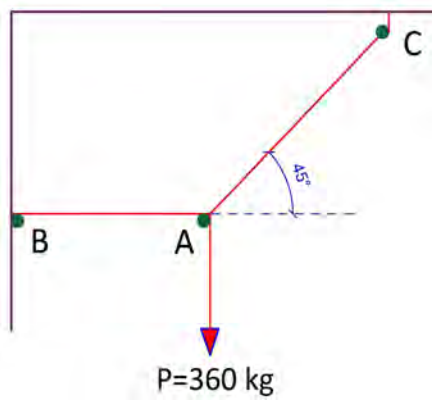
Dış Lami-Sinüs Teoremi: Şekil 1.47'de görüldüğü gibi bileşke ve bileşen kuvvetlerin üçgeninde, kuvvetlerin karşılarındaki açıların sinüslerine oranı sabittir.



$$\frac{F_1}{Sin1} = \frac{F_2}{Sin2} = \frac{F_3}{Sin3}$$

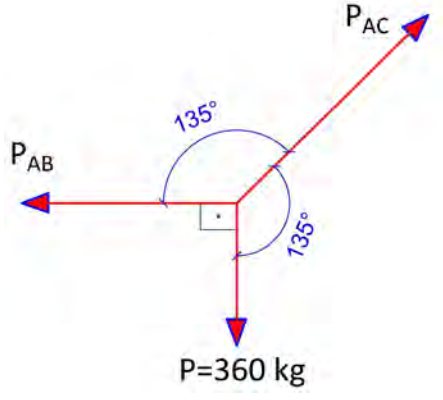
Şekil 1.47: Kuvvetin bileşenlerine Dış Lami Teoremi ile ayrılması

Problem: Şekil 1.48'de verilen P = 360 kg'lık kuvvetin; AB ve AC halatlarında oluşacak gerilme kuvvetlerini (bileşenlerini) hesaplayınız.
(Sin 135° = 0,707 ve Sin 90° = 1)



Şekil 1.48: AB ve AC halatlarına asılı P kuvveti

Çözüm: Şekil 1.48'de verilen P kuvvetinin AB ve AC halatlarında oluşturduğu gerilme kuvvetlerinin Şekil 1.49'da olduğu gibi Serbest Cisim Diyagramı (SCD) çizilerek gösterilir.



Şekil 1.49: P kuvvetinin Serbest Cisim Diyagramı (SCD)

Lami Sinüs Teoremine göre; $\frac{P_1}{Sin1} = \frac{P_2}{Sin2} = \frac{P_3}{Sin3}$ bağıntısı ile bileşenler hesaplanır. Lami Sinüs eşitliğinden;

$\frac{360}{Sin135} = \frac{PAB}{Sin135} = \frac{PAC}{Sin90}$ şeklinde yazılır.

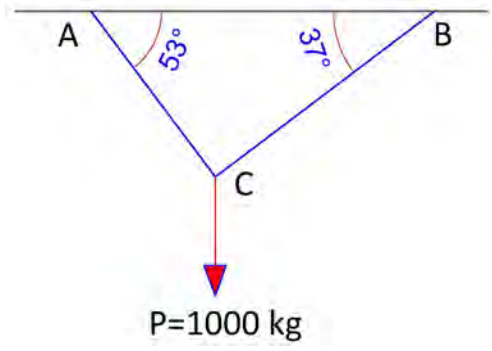
Eşitlikteki $\frac{360}{Sin135} = \frac{PAB}{Sin135}$ bağıntısından

$\frac{360}{0,707} = \frac{PAB}{0,707}$ ise içler dışlar çarpımı yapılırsa P_{AB}x 0,707 = 360x0,707 olur ve **P_{AB} = 360 kg** olarak bulunur.

$\frac{360}{Sin135} = \frac{PAC}{Sin90}$ ise $\frac{360}{0,707} = \frac{PAC}{1}$ içler dışlar çarpımı sonucu 360x1 = PACx0,707 işleminde

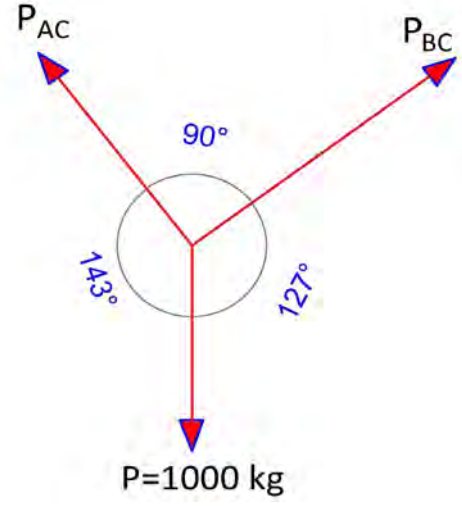
P_{AC} = 509,183 kg bulunur.

Problem: Şekil 1.50'de BC ve AC halatlarına bağlı P= 1000 kg'lık kuvvetin BC ve AC halatlarındaki gerilme kuvvetlerini (bileşenlerini) hesaplayınız.



Şekil 1.50: AC ve BC halatlarına asılı P kuvveti

Çözüm: Şekil 1.51'de P kuvveti ve halatlarda oluşan gerilme kuvvetlerini Serbest Cisim Diyagramı (SCD) çizilerek gösterilir.



Şekil 1.51: P kuvvetinin Serbest Cisim Diyagramı (SCD)

Lami Sinüs Teoremine göre; $\frac{P_1}{Sin1} = \frac{P_2}{Sin2} = \frac{P_3}{Sin3}$ bağıntısı ile bileşenler hesaplanır.

Lami Sinüs eşitliğinden

$\frac{1000}{Sin90} = \frac{PAC}{Sin127} = \frac{PBC}{Sin143}$ şeklinde yazılır. Eşitlikteki $\frac{1000}{Sin90} = \frac{PAC}{Sin127}$ bağıntısından

$\frac{1000}{1} = \frac{PAC}{0,8}$ ise içler dışlar çarpımı yapılırsa P_{AC}x1 = 1000 x0,8 olur ve **P_{AC} = 800 kg**

$\frac{1000}{1} = \frac{PBC}{0,6}$ ise $\frac{1000}{1} = \frac{PBC}{0,6}$ içler dışlar çarpımı sonucu 1000x0,6 = P_{BC}x1 olur ve

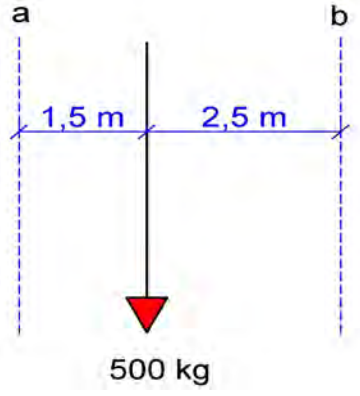
P_{BC} = 600 kg bulunur.

1.3.1.3. Kuvvetin İpçik (İp Poligonu veya Füniküler) Çokgeni Yöntemiyle Bileşenlerine Ayrılması

Bir kuvvetin paralel iki bileşene ayrılmasını İpçik Çokgeni Yöntemiyle yapmak için kuvvet ölçeği ve uzunluk ölçeği belirlenir. İpçik Çokgeni Yönteminde herhangi bir kuvvet ölçeği ve uzunluk ölçeği seçilebilir.

Örneğin kuvvet ölçeği: 100 kg = 1 cm, Kuvvet ölçeği: 200 kg = 2 cm, Kuvvet ölçeği: 2 ton = 1 cm
Örneğin uzunluk ölçeği: 100 cm = 1 cm, Uzunluk ölçeği: 500 cm = 2 cm, Uzunluk ölçeği: 2 m = 1 cm

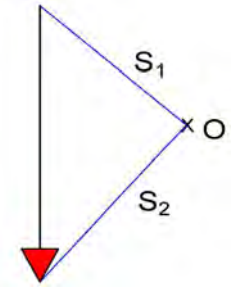
Problem: İpçik Çokgeni ile Şekil 1.52'de verilen P = 500 kg'lık kuvveti bileşenlerine ayırınız.



Şekil 1.52: Kuvvet ile a ve b noktaları

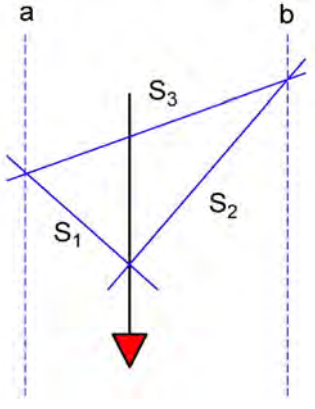
Çözüm: Kuvvet yeniden ölçekli olarak çizilir. Kuvvetin dışında bir O noktası belirlenir. Bu nokta ile P kuvvetinin başlangıcı ile bitiş noktaları O noktası ile birleştirilerek S_1 ve S_2 ipçikleri oluşturulur (Şekil1.53).

Kuvvet ölçeği: 200 kg = 1 cm, Uzunluk ölçeği: 1/100 olarak kabul edilerek Şekil 1.52'de görülen kuvvet ile kuvvetin a ve b noktaları arasındaki uzunluklar verilen ölçeklerde çizilir.



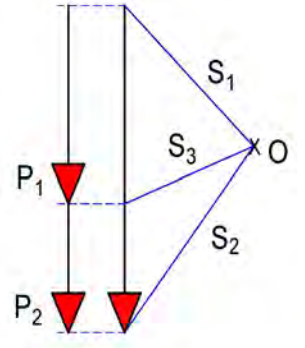
Şekil 1.53: Kuvvetin dışında O noktası belirlenmesi ve S_1 ve S_2 ipçiklerinin çizilmesi

- S_1 ve S_2 ipçikleri a ve b doğrultularına paralel olarak taşınır. S_1a ve S_2b kesişimleri birleştirilerek S_3 ipçiği bulunur (Şekil 1.54).



Şekil 1.54: Kuvvetin dışında O noktası belirlenmesi ve S1 ve S2 ipçiklerinin çizilmesi

- S_3 ipçiği, daha önceden oluşturulan sisteme paralel olarak taşınır. P kuvveti iki paralel bileşene ayrılır. Kuvvet ölçeği kullanılarak kuvvetlerin değeri bulunur (Şekil 1.55).



Şekil 1.55: Kuvvetin paralel iki kuvvete ayrılması çizilmesi

P_1 = 1,4 cm x 200 buradan da **P_1 = 280 kg** olur.

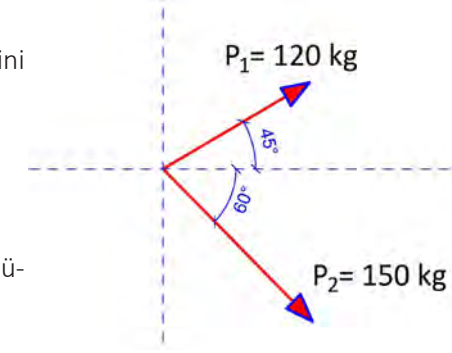
P_2 = 1,1 cm x 200 buradan da **P_2 = 220 kg** olur.

1.3.1.4. İzdüşüm Yöntemiyle Kuvvetlerin Bileşenlerine Ayrılması

Kuvvetlerin bileşenlerine ayrılmasında kullanılan İzdüşüm Yöntemi ile ilgili kuvvetlerin bileşke hesapları konusu içerisinde yer verilmişti. İzdüşüm Yönetimi ile ilgili kuvvetlerin bileşenlerine ayrılmasını bir örnekle daha pekiştirelim.

Problem: Şekil 1.56'da verilen P_1 ve P_2 kuvvetlerinin bileşenlerini İzdüşüm Yöntemi ile bulunuz.

(Cos 45° = Sin 45° = 0,707; Cos 60° = 0,5 ve Sin 60° = 0,866)



Şekil 1.56: Kesişen kuvvetler

Şekil 1.56'da verilen kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümleri çizilerek bileşenleri gösterilir (Şekil 1.57).

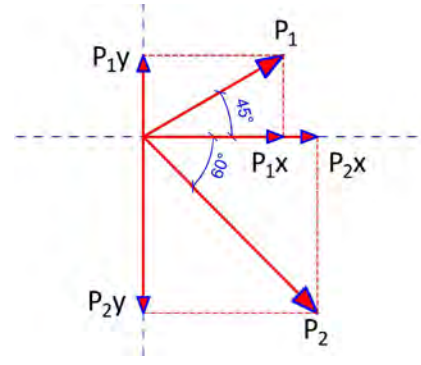
Çözüm:

P_1 kuvvetinin x yatay ekseni üzerindeki bileşeni:
$P_1x = P_1.\text{Cos } 45° = 120 \times 0{,}707 = 84{,}84$ kg olur.

P_2 kuvvetinin x yatay ekseni üzerindeki bileşeni:
$P_2x = P_2.\text{Cos } 60° = 150 \times 0{,}5 = 75$ kg olur.

P_1 kuvvetinin y yatay ekseni üzerindeki bileşeni:
$P_1y = P_1.\text{Sin } 45° = 150 \times 0{,}707 = 106{,}05$ kg olur.

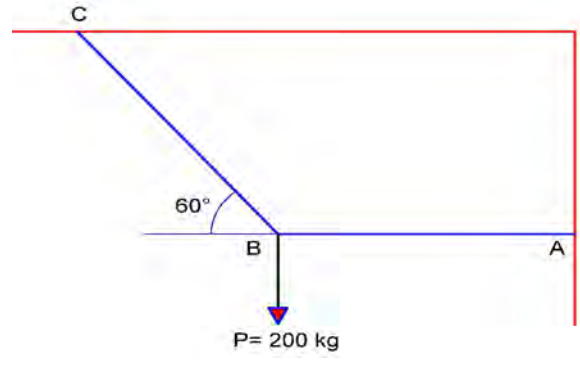
P_2 kuvvetinin y yatay ekseni üzerindeki bileşeni:
$P_2y = P_2.\text{Sin } 60° = 150 \times 0{,}866 = 129{,}9$ kg olur.



Şekil 1.57: Kesişen kuvvetlerin bileşenleri

SIRA SİZDE

Şekil 1.58'de verilen sistemde AB ve BC halatlarına B noktasında P = 200 kg'lık kuvvet asılmıştır. BC halatında oluşan gerilme kuvvetini (T_{BC}) ve AB halatında oluşan gerilme kuvvetini (T_{AB}) Lami Sinüs Teoremi ile hesaplayınız?



Şekil 1.58: AB ve BC halatlarını etkileyen kuvvet

1.4. UYGULAMA KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA HESAPLARI

6 DERS SAATİ

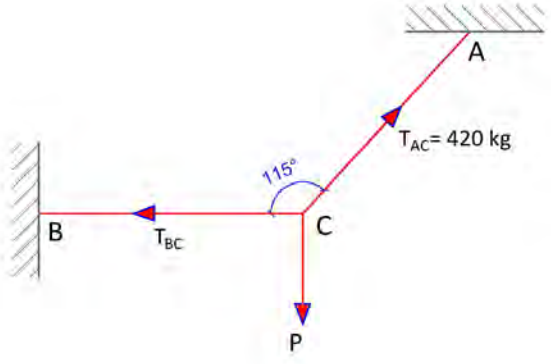
Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

36142

Bu çalışmanın amacı, kuvvetleri uygun yöntem ile bileşenlere ayırmaktır.

Görev

Kuvvetlerin bileşenlerine ayrılması uygulamasını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.



Şekil 1.59: Kuvvetin bileşenlere ayrılması uygulaması

Şekil 1.59'da verilen sistemde AC ve BC halatlarına C noktasında P kuvveti asılmıştır. AC halatında oluşan gerilme kuvveti T_{AC} = 420 kg olduğuna göre

- T_{BC} ve P kuvvetlerini **Lami Sinüs Teoremi** ile hesaplayınız.
- T_{BC} ve P kuvvetlerini **İzdüşüm Yöntemi** ile hesaplayınız.

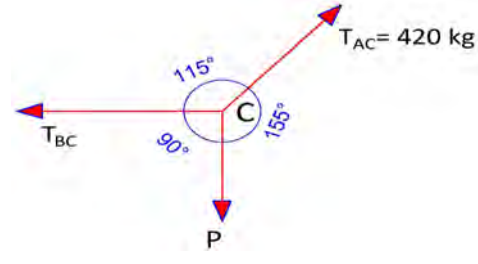
Yönerge

- **Çalışmanızda Şekil 1.59'da verilen açılara dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

Lami Sinüs Teoremi

- Şekil 1.59'da verilen sistemde bulunan halatlarda oluşan gerilme kuvvetlerinin Serbest Cisim Diyagramı (SCD) çizilir (Şekil 1.60).



Şekil 1.60: Kuvvetlerin Lami Sinüs Teoremine göre Serbest Cisim Diyagramı (SCD)

- Lami Sinüs Teoremi, $\frac{P_1}{Sin1} = \frac{P_2}{Sin2} = \frac{P_3}{Sin3}$ bağıntısı yazılır.
- $\frac{P}{Sin115} = \frac{T_{AC}}{Sin90} = \frac{T_{BC}}{Sin155}$ eşitliğinde bilinen değerler yazılır.
- $\frac{P}{0,906} = \frac{420}{1} = \frac{T_{BC}}{0,422}$ olur. $\frac{P}{0,906} = \frac{420}{1}$ eşitliğinde içler dışlar çarpımı yapılır.

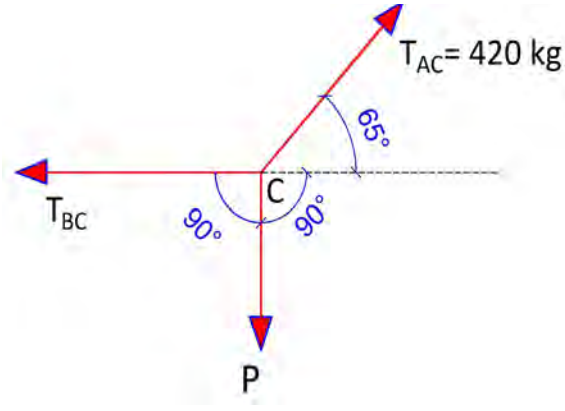
Px1 = 420x0,906 ve **P= 380,52 kg** bulunur.

- $\frac{420}{1} = \frac{T_{BC}}{0,422}$ eşitliğinde içler dışlar çarpımı yapıldığında T_{BC}x1 = 420x0,422 olur.

T_{BC} = 177,24 kg bulunur.

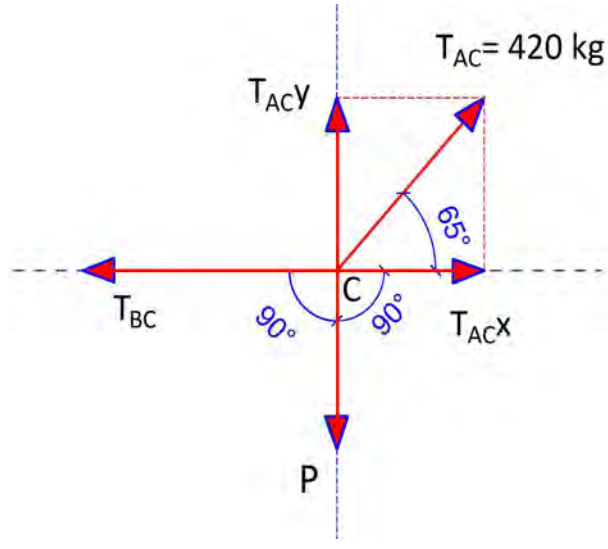
İzdüşüm Yöntemi

- Kuvvetlerin İzdüşüm Yöntemine göre Serbest Cisim Diyagramı (SCD) çizilir (Şekil 1.61).



Şekil 1.61: Kuvvetlerin Izdüşüm Yöntemine Göre Serbest Cisim Diyagramı (Scd)

- Kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerinde izdüşüm düzlemlerindeki bileşenleri gösterilir.



Şekil 1.62: Kuvvetlerin izdüşüm düzlemlerindeki bileşenleri

- Şekil 1.62'den kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümlerinin değerleri bulunur.

x yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri: $T_{AC}x = T_{AC}.Cos\ 65° = 420 \times 0,422 = 177,24$ kg

$T_{AC}x = T_{BC}$ = 177,24 kg olur.

y yatay ekseni üzerinde kuvvetlerin izdüşümleri: $T_{AC}y = T_{AC}x\ Sin\ 65° = 420x0,906 = 380,52$ kg

$P = T_{AC}y$ = 380,52 kg olur.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
	Lami Sinüs Teoremi ile Kuvvetlerin Bileşenlerinin Hesaplanması		
1	Şekil 1.59'da verilen sistemde bulunan halatlarda oluşan gerilme kuvvetlerinin Serbest Cisim Diyagramını (SCD) çizdiniz mi?		
2	Lami Sinüs Teoremi, $\frac{P_1}{Sin1} = \frac{P_2}{Sin2} = \frac{P_3}{Sin3}$ bağıntısını yazdınız mı?		
3	$\frac{P}{Sin115} = \frac{T_{AC}}{Sin90} = \frac{T_{BC}}{Sin155}$ eşitliğinde bilinen değerleri yazdınız mı?		
4	P kuvvetinin değerini eşitlikten faydalanarak hesapladınız mı?		
5	T_{BC} kuvvetinin değerini eşitlikten faydalanarak hesapladınız mı?		
	İzdüşüm Yöntemi ile Kuvvetlerin Bileşenlerinin Hesaplanması		
1	Kuvvetlerin İzdüşüm Yöntemine göre Serbest Cisim Diyagramını (SCD) çizdiniz mi?		
2	Kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerinde izdüşüm düzlemlerindeki bileşenlerini gösterdiniz mi?		
3	Şekil 1.62'den P ve T_{BC} kuvvetlerinin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümlerinin değerlerini buldunuz mu)		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	35	55	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

1.5. UYGULAMA KUVVETLERİ BİLEŞENLERE AYIRMA VE BİLEŞKE KUVVET HESAPLARI

2 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

36143

Bu çalışmanın amacı, kuvvetlerin bileşenlere ayrılması ve bileşkesinin bulunması ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

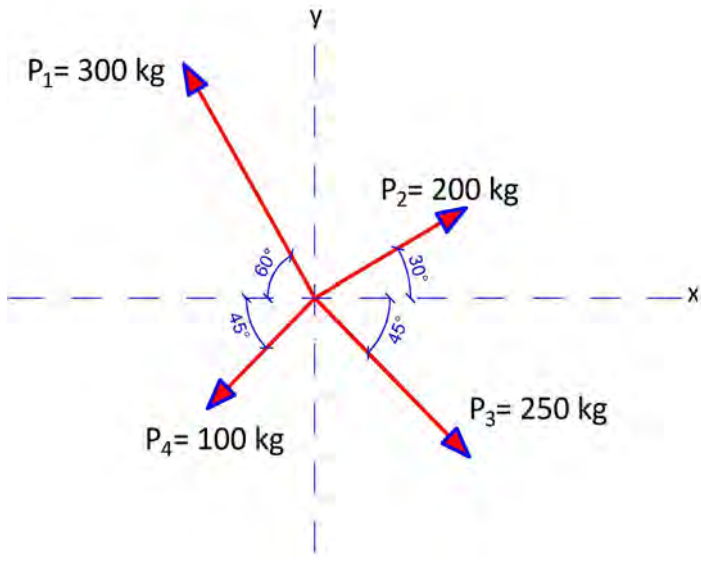
Görev

Bileşenlere ayırma ve bileşke kuvvetin bulunması uygulamalarını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

Şekil 1.63'te verilen kuvvetleri

- İzdüşüm yöntemiyle bileşenlerine ayırınız.
- İzdüşüm yöntemiyle kuvvetlerin bileşkesini bulunuz.

Cos 30° = 0,866 ve Sin 30° = 0,5; Cos 45° = Sin 45° = 0,707; Cos 60° = 0,5 ve Sin 60° = 0,866



Şekil 1.63: Kesişen kuvvetlerin bileşenlere ayrılarak bileşkesi

Yönerge

- **Çalışmanızda Şekil 1.63'te verilen sistemde açılara dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Şekil 1.63'te verilen kuvvetlerin x(yatay) ve y(dikey) ekseni üzerindeki izdüşümlerinin hesaplanması için bağıntıları yazılır.
- Açısal doğrultulu kuvvetlerin x (yatay) ve y (düşey) eksenlerinde izdüşümleri çizilir.
- Şekil 1.63'ten kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümlerinin değerleri bulunur.
- Kuvvetlerin yatay ve düşey eksenler üzerindeki cebirsel toplamları ve bileşke gösterimleri çizilir.
- ∑Px, x yatay ekseni kuvvetlerinin cebirsel toplamı ile bileşkesinin yönü bulunur.
- ∑Py, y düşey ekseni kuvvetlerinin cebirsel toplamı ile bileşkesinin yönü bulunur.
- $R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2$ bağıntısını kullanarak bileşke hesaplanır.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Kuvvetlerin yatay (x) ve düşey (y) ekseni üzerindeki İzdüşümlerinin değerlerinin hesaplanması için bağıntıları yazdınız mı?		
2	Açısal doğrultulu kuvvetlerin x (yatay) ve y (düşey) eksenlerindeki İzdüşümlerini çizdiniz mi?		
3	Kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki İzdüşüm değerlerini buldunuz mu?		
4	Kuvvetlerin yatay ve düşey eksenler üzerindeki cebirsel toplamları ve bileşke gösterimlerini çizdiniz mi?		
5	x yatay ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü sağdan sola doğrultuda olacak şekilde yatay yönlü kuvvetlerin cebirsel toplamını buldunuz mu?		
6	y düşey ekseni kuvvetleri bileşkesinin yönü aşağı doğrultuda olacak şekilde düşey yönlü kuvvetlerin cebirsel toplamını buldunuz mu?		
7	x ve y eksenlerinde bulduğunuz kuvvetlerin cebirsel toplamlarını Cosinüs Teoremi, $\mathbf{R^2 = (\sum Px)^2 + (\sum Py)^2}$ bağıntısını kullanarak bileşkeyi hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	25	65	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

1. ÖĞRENME BİRİMİ NOTLARIM

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI

Aşağıda verilen çoktan seçmeli test maddelerinden oluşan soruları cevaplayınız.

1. Dünya'nın "m" kütleli bir cisme uyguladığı çekim kuvveti bağıntısı aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?

A) $P = G.\frac{Md.m}{rd^2}$

B) $P = G.\frac{m1.m2}{d^2}$

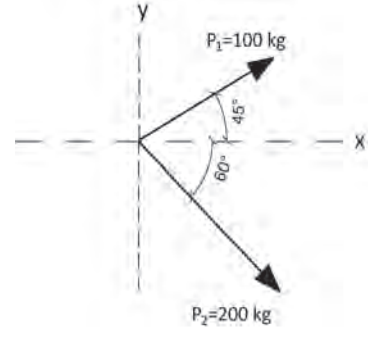
C) $P^2 = g.\frac{md.mg}{Rd^2}$

D) $P = g.\frac{Ma.m}{rg^2}$

E) $P^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_1.m_2$

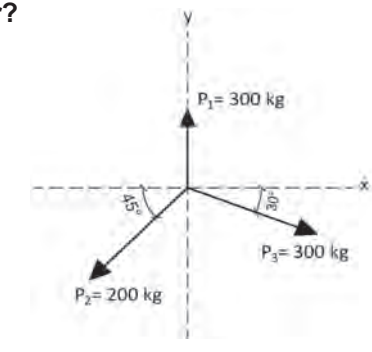
2. Şekilde verilen P_1 ve P_2 kuvvetlerinin bileşkesi kaç kg'dır?

A) 188,65
B) 175,45
C) 199,12
D) 150,60
E) 132,75



3. Şekilde verilen P_1, P_2 ve P_3 kuvvetlerinin bileşkesi kaç kg'dır?

A) 195,66
B) 175,17
C) 165,48
D) 210,79
E) 118,77



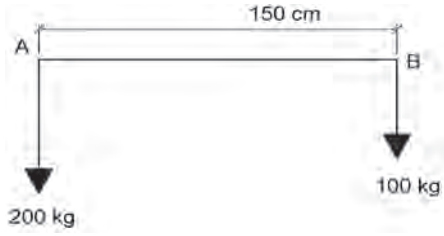
4. Bir cisme aynı yön ve aynı doğru boyunca etkiyen iki ve daha fazla kuvvetin bir araya getirilmesi sonucu kuvvetlerin bileşkesi bulunur. Bu kuvvetlerin bileşkesinin şiddeti ise kuvvetlerin toplam şiddetine eşittir.

Yukarıda verilen tanım seçeneklerde verilenlerden hangisine aittir?

A) Kesişen iki kuvvetin bileşkesi
B) Paralel kuvvetlerin bileşkesi
C) Kesişen iki kuvvetin bileşkesi
D) Aynı doğrultudaki kuvvetlerin bileşkesi
E) Genel kuvvetlerin bileşkesi

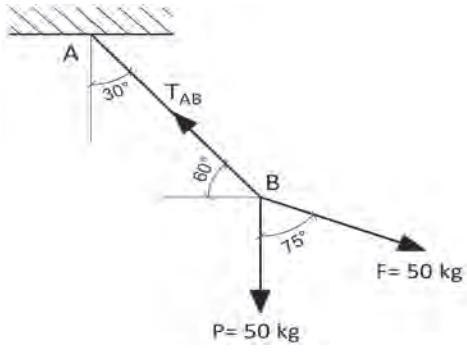
5. **Şekilde verilen 200 kg ve 100 kg'lık aynı yönlü paralel iki kuvvetin bileşkesinin yerinin A noktasına olan uzaklığı kaç cm'dir?**

A) 150
B) 100
C) 50
D) 25
E) 15



6. **Şekilde A noktasındaki halat P ve F kuvvetlerinin etkisi altındadır. Sistem dengede olduğuna göre halatta oluşan T_{AB} gerilme kuvveti kaç kg'dır?**

A) 145,63
B) 108,72
C) 105,57
D) 100,54
E) 96,59



7. **Aşağıdakilerden hangisi kuvveti oluşturan elemanlardan birisidir?**

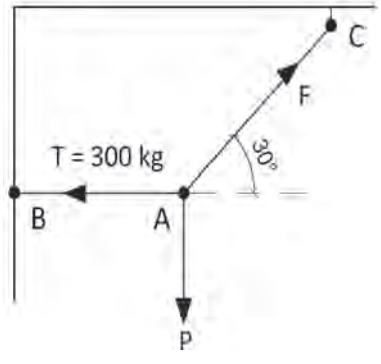
A) Doğrultusu B) Akışkanlığı C) Statikliği D) Dinamikliği E) Gerilmesi

8. **Bir cisme uygulanan birden fazla kuvvetin yapmış olduğu etkiyi tek başına yapan kuvvete ne ad verilir?**

A) Bileşen kuvvet B) Bileşke kuvvet C) Toplam kuvvet D) Statik kuvvet E) Tepki kuvveti

9. **Şekildeki AB ve AC halatları P kuvvetinin etkisi altındadır. Sistem dengede ve AB halatındaki gerilme kuvveti T= 300 kg olduğuna göre P kuvveti kaç kg'dır?**

A) 148,60
B) 156,65
C) 165,33
D) 173,21
E) 346,42



10. **Aşağıdaki seçeneklerde verilenlerden hangisi bir kuvveti bileşenlerine ayırmak için kullanılan yöntemlerden biri değildir?**

A) Füniküler çokgeni
B) Lami-Sinüs teoremi
C) Cosinüs teoremi
D) İzdüşüm yöntemi
E) Hesap yöntemi

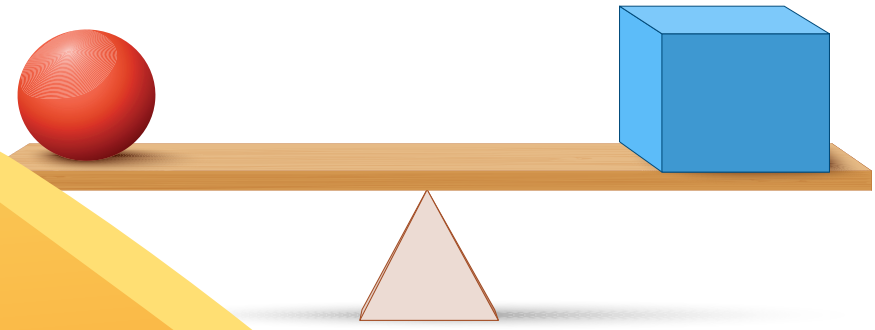
Ölçme Değerlendirme sorularını cevaplamayı tamamladıysanız kitabın sonunda verilen cevap anahtarından cevaplarınızı kontrol edebilirsiniz. Yanlış cevapladığınız soruları öğretmeninize sorunuz.

2. ÖĞRENME BİRİMİ

DENGE VE MOMENT HESAPLARI

KONULAR

2.1. DENGE HESAPLARI
2.2. DENGE HESAPLARI UYGULAMASI
2.3. MOMENT HESAPLARI
2.4. MOMENT HESAPLARI UYGULAMASI



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ ?

- **Denge hesapları**
- **Denge hesapları uygulamaları**
- **Moment hesapları**
- **Moment hesapları uygulamaları**

TEMEL KAVRAMLAR
denge, denge koşulları, eksene göre moment, kuvvet çifti ve momenti, moment, noktaya göre moment, varignon teoremi

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

- Çevrenizdeki yapı elemanlarının ve cisimlerin denge hâllerini inceleyiniz.
- Yapmış olduğunuz incelemelerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

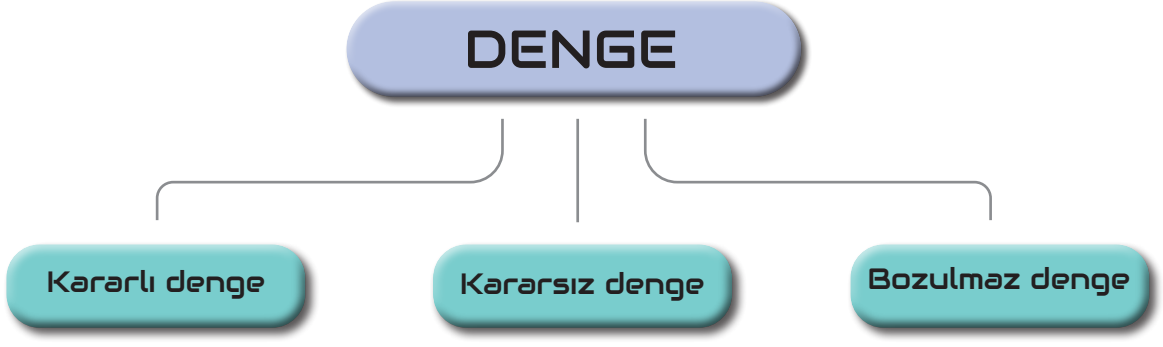
2.1. DENGE HESAPLARI

Cismin durduğu ya da kütle merkezinin sabit hızla hareket ettiği durum **denge** olarak ifade edilir. Bir cisme etki eden net kuvvet sıfır (0) ise cisim dengededir. Bir cisme etki eden kuvvetlerin dengede olabilmesi için kuvvetlerin doğrultuları aynı noktada kesişmelidir.

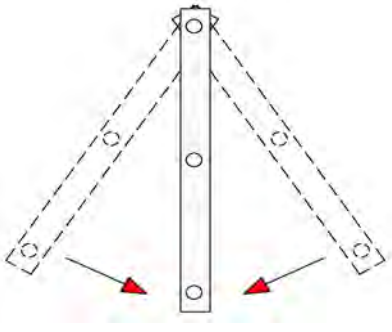
Denge hesaplarını yapabilmek için denge türleri ve şartlarının temel ilkeleri bilinmelidir. Üç bilinmeyenin olduğu sistemlerde bilinmeyenler denge şartları kullanılarak belirlenir.

2.1.1. Denge Türleri ve Şartları

Cisimlerin şeklinde ve hızında değişiklik olmadan sahip olduğu durumu korumasına ya da aynı durumu devam ettirmesine **denge hâli** denir. Üç türlü denge vardır.

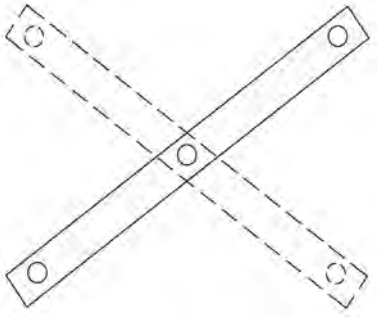


Durumu değiştirilen cisim serbest bırakılırsa tekrar ilk durumuna gelir. Kararlı dengede cismin ağırlık merkezi mümkün olan en aşağı durumda veya asılma noktasının altındadır.



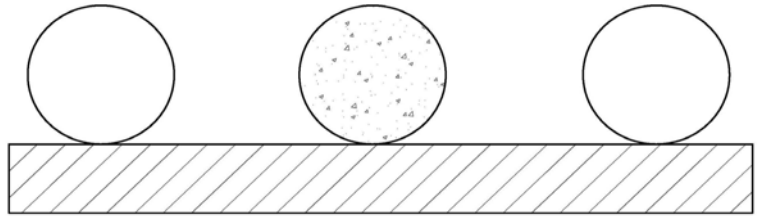
Şekil 2.1: Kararlı denge

Küçük bir sarsıntı ile durumu değişen cisim, kendi kendine eski durumuna gelemez. Durumu değişen cisim kararlı dengeye dönüşebilir (Şekil 2.1). Kararsız dengede, cismin ağırlık merkezi mümkün olan en yüksek yerde veya asılma noktasının üstündedir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2: Kararsız denge

Durumu değiştirilen cisim her zaman dengesini korur. Böyle dengede cismin ağırlık merkezi daima aynı yüksekliği korur. Denge bozulmaz (Şekil 2.3).



Şekil 2.3: Bozulmaz denge

Denge Şartları: Cisimlerin ya da yapı elemanlarının dengede olabilmesi için onları etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfır olmalıdır. Cisme etki yapan kuvvete eşit değerde ve ters yönde tepki kuvvetinin doğması da dengeyi sağlar. Bileşkenin sıfır olması, cismin yer değiştirmesini önlese de dönmeyi önleyemez. Çünkü bir noktaya bağlı olan cisim, döndürücü etki altında bulunabilir. O hâlde, dengenin tam olabilmesi için cisme etki yapan kuvvetlerin bağlı bir noktaya göre döndürme momentlerinin cebirsel toplamı da sıfır olmalıdır. Bu sayede dönme önlenmiş olur.

I. Denge Koşulu: Katı cismin öteleme hareketi yapmaması için cisme etki eden bileşke kuvvet sıfır olmalıdır. Cebirsel toplam anlamına gelen Σ (sigma) sembolünü kullanarak bu durumu aynı doğrultulu kuvvetler için ΣP = 0 şeklinde gösterebiliriz. Kuvvetlerin doğrultuları kesişiyorsa x ve y ekseni doğrultusundaki bileşenlerin cebirsel toplamı ayrı ayrı sıfır olmalıdır.

Bu durumda
Yatay bileşenlerin cebirsel toplamı ΣPx = 0
Düşey bileşenlerin cebirsel toplamı ΣPy = 0 şeklinde gösterilir.

II. Denge Koşulu: Katı cismin dönme hareketi yapmaması için seçilen bir noktaya göre momentlerinin cebirsel toplamı sıfır olmalıdır. Bu şart; ΣM = 0 şeklinde gösterilir.

I. ve II. denge koşulları aynı anda gerçekleşiyor ise cisim denge halindedir. İki boyutlu bir yapının tam olarak dengede olabilmesi için

ΣPx = 0: Bütün yatay kuvvetlerin cebirsel toplamı sıfıra eşit,
ΣPy = 0: Bütün dikey kuvvetlerin cebirsel toplamı sıfıra eşit,
ΣM = 0: Bütün kuvvetlerin herhangi bir nokta (eksen) etrafındaki momentlerinin cebirsel toplamı sıfıra eşit demektir.

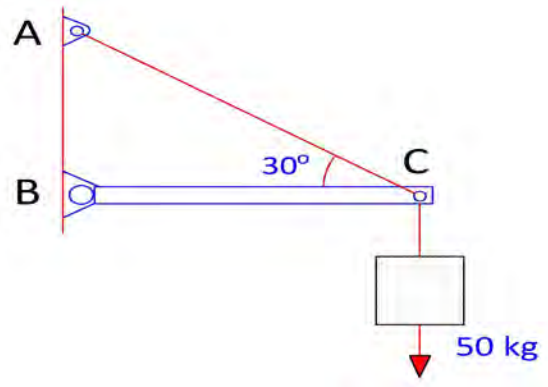
Bu denklemler, iki boyutlu (düzlem) yapıların statik dengesi için 3 denge denklemi olarak bilinir. 3 denklemin sağlanabilmesi için yeterli bağların ve bunlara karşılık gelen mesnet reaksiyonların sağlanması şarttır. Üç ayrı denklem ile üç bilinmeyenin şiddeti belirlenebilir.

Yapı yeterli mesnetle bağlanmışsa (3'ten az olmayan bilinmeyen reaksiyonlar) yapı denge koşullarında belirtilen eşitliklerle tam olarak analiz edilebilir ve statik olarak belirlidir. Bu durum **izostatik sistem** olarak adlandırılır.

Eğer bilinmeyen sayısı üçten fazla ise sadece 3 denklemi kullanarak çözüm mümkün değildir ve yapı statik olarak belirsizdir. Bu durum **hiperstatik sistem** olarak adlandırılır.

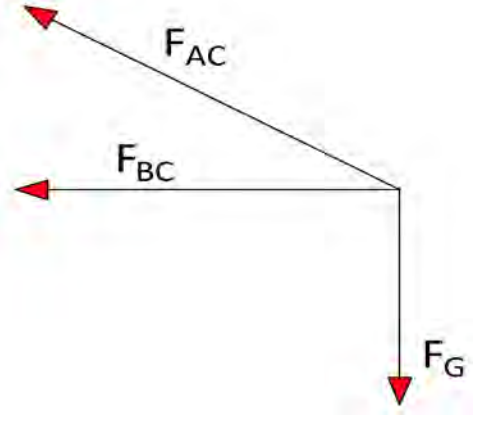
Denge koşullarını oluşturan I. ve II. denge koşulları kullanılarak izostatik sistemlerde bilinmeyenler hesaplanabilir. Hiperstatik sistemler ise I. ve II. denge koşulları ile birlikte farklı çözüm yöntemleri kullanılarak bilinmeyenler hesaplanır.

Problem: Şekil 2.4'te 50 kg ağırlığında bir cisim, yatayla 30 derecelik açı yapan bir AC halatı ve yatay duran bir BC çubuğunun ucuna asılmıştır. Halat ve çubukta oluşan gerilme kuvvetlerinin şiddetini ve yönlerini hesaplayınız (BC çubuğu ağırlıksız kabul edilecektir.).



Şekil 2.4: BC Çubuğu, halat ve etkileyen kuvvet

Çözüm: Halat, çubuk ve ağırlık kuvvetleri C noktasında kesişmektedir. Bu durum serbest çizim diyagramı Şekil 2.5'te olduğu gibi gösterilir.



Şekil 2.5: BC Çubuğu, halat ve etkileyen kuvvet serbest cisim diyagramı

Şekil 2.5'te görülen serbest cisim diyagramında kuvvetlerin durumuna göre ΣFx = 0 ve ΣFy = 0 olduğundan I. denge koşullarını kullanarak AC ve BC çubuklarındaki çekme kuvvetleri hesaplanırsa

(→ +) ΣFx = 0

$- F_{AC}.\cos 30 - F_{BC} = 0$

(↑ +) ΣFy = 0

$F_{AC}.\sin 30 - F_G = 0$

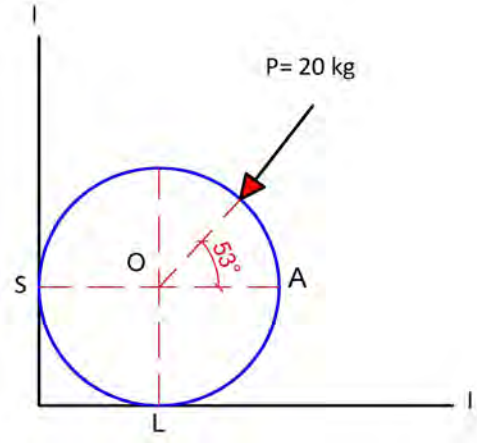
$F_{AC}.\sin 30 - 50\ kg = 0 \Rightarrow$ **F_{AC} = 100 kg** olur.

$- F_{AC}.\cos 30 - F_{BC} = 0$ olduğundan FAC değerini yerine yazılırsa

$-100.\cos 30 - F_{BC} = 0 \Rightarrow$ **F_{BC}= - 86,6 kg** bulunur.

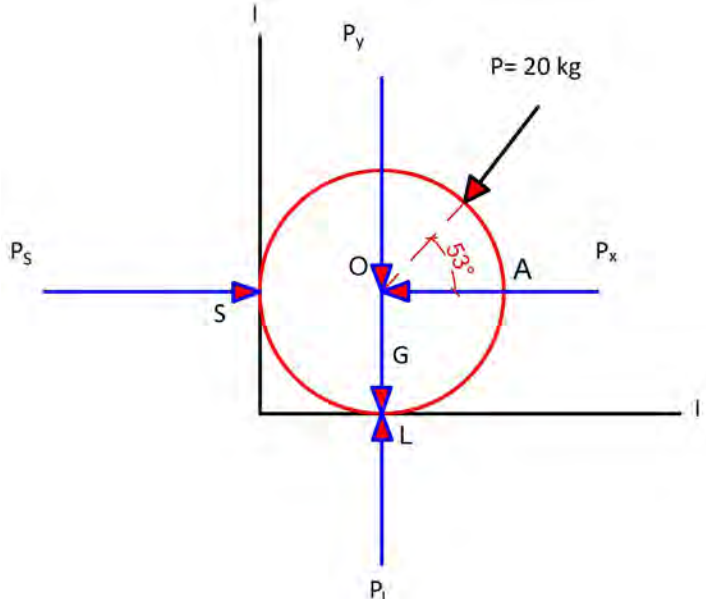
Burada F_{BC} gerilme kuvvetinin eksi (-) çıkması, serbest cisim diyagramında gösterilen durumun tersi yönünde olduğu, yani çubukta oluşan gerilme kuvvetinin sağdan sola doğru uygulandığı belirlenmiş olur.

Problem: O merkezli türdeş küreye Şekil 2.6'da görüldüğü gibi 20 kg'lık kuvvet etki etmektedir. P kuvvetinin O merkezli türdeş küreyle yaptığı açı 53° dir ve sistem dengededir. Türdeş küreye L noktasındaki tepki kuvveti 30 kg ise kürenin ağırlığı (G) ve S noktasındaki tepki kuvveti (P_K) kaç kg'dır.



Şekil 2.6: O merkezli türdeş küre ve etkileyen kuvvet

Çözüm: Şekil 2.7'de görüldüğü gibi küreye etki eden P kuvveti ile S noktasında P_S tepki kuvveti, L noktasında P_L tepki kuvveti ve L noktasında kürenin ağırlığı G etkisi oluşacaktır. P kuvvetinin x ve y eksenlerindeki izdüşümleri ile oluşan etkileri ise P_x ve P_y olacaktır.



Şekil 2.7: O merkezli türdeş küre ve kuvvetlerin serbest cisim diyagramı

Öncelikle Şekil 2.7'de görülen P kuvvetinin x ve y eksenleri üzerindeki izdüşümleri olan P_x ve P_y kuvvetleri hesaplanırsa

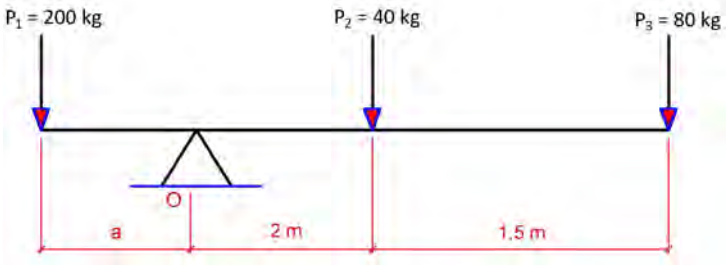
$P_y = P.Sin\ 53° = 20x0,8$
P_y = 16 kg olur.
$P_x = P.Cos\ 53° = 20x0,6$
P_x = 12 kg olur.

Sistem dengede olduğundan; yukarı yönlü ve soldan sağa yönlü kuvvetleri (+), aşağı yönlü ve sağdan sola yönlü kuvvetler (-) kabul edilirse

(↑ +) $\Sigma P_y = 0$
$- P_y + G + P_L = 0$ olacaktır.
$-16 - G + 30 = 0$
G = 14 kg bulunur.

(→ +) $\Sigma P_x = 0$
$- P_x + P_S = 0$ olacaktır.
$- 12 + P_S = 30$
P_S = 18 kg bulunur.

Problem: Şekil 2.8'de verilen konsol kiriş sisteminin dengede olabilmesi için a mesafesi kaç metre olmalıdır.



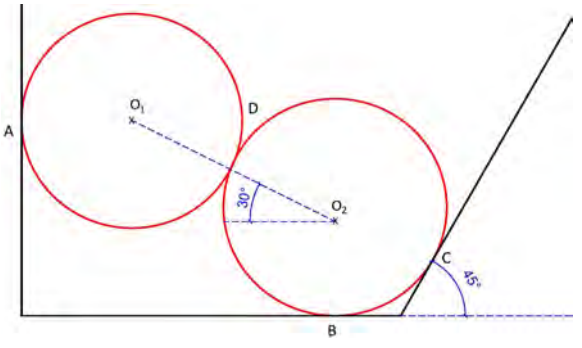
Şekil 2.8: P_1, P_2 ve P_3 kuvvetlerinin etkisi altındaki konsol kiriş

Çözüm: Şekil 2.8'de verilen konsol kiriş ve yükleme durumu doğrultusunda II. denge koşulu ile O noktasına göre moment alınarak a mesafesi belirlenir. Çözümde Moment = Kuvvet x Kuvvet kolu bağıntısı kullanılarak hesap yapılır. Bura da kuvvetler P_1, P_2 ve P_3 olarak verilmiştir. Kuvvet kolu ise kuvvetlerin etkidiği nokta ile moment alınacak O noktasına olan uzaklıklardır.

(↺ +) $\sum MO = 0$ $\quad - P_1.a + P_2.2 + P_3.3,5 = 0$ $\quad - 200xa + 40x2 + 80x3,5 = 0$

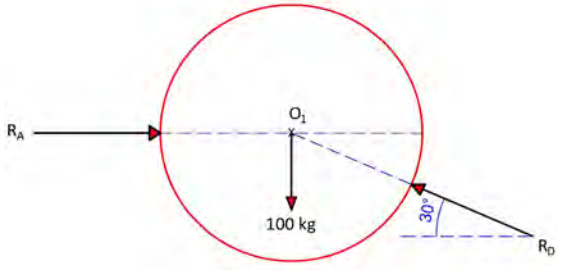
$- 200a + 80 + 280 = 0$ $\quad 200a = 360$ ise $a = 360/200$ $\quad$ **a = 1,8 m**

Problem: Her biri 100 kg ağırlığında türdeş iki çelik küre Şekil 2.9'da görüldüğü gibi üst üste konulmuştur. Çelik küreler arasındaki sürtünmeleri ihmal ederek A, B, C ve D noktalarındaki tepkileri bulunuz.
(Cos 30^0 = 0,866 ve Sin 30^0 = 0,5; Cos 45^0 = Sin 45^0 = 0,707)



Şekil 2.9: Türdeş çelik kürelerin teğet durumu

Çözüm: Serbest cisim diyagramlarını kullanarak tepkiler bulunur. Öncelikle üstteki kürenin serbest cisim diyagramını çizilir. Küreler türdeş ve iki kürede aynı ağırlıkta olup her biri 100 kg'dır (Şekil 2.10).



Şekil 2.10: Üstteki kürenin serbest cisim diyagramı

Şekil 2.10'da görülen serbest cisim diyagramından faydalanarak ve I. denge koşulunu kullanarak D ve A noktasındaki tepki kuvvetlerini hesaplayınız.

(↑ +) $\Sigma P_y = 0$ $\quad R_D.Sin\ 30° - 100 = 0$

$0,5.R_D = 100$ $\quad$ **R_D = 200 kg**

(→ +) $\Sigma P_x = 0$ $\quad R_A - R_D.Cos\ 30°$

$R_A = 0,866.R_D$ $\quad R_A = 0,866x200$

R_A = 173,2 kg

Şekil 2.11'de görülen serbest cisim diyagramından faydalanarak ve I. denge koşulunu kullanarak C, D ve B noktasındaki tepki kuvvetlerini hesaplayınız.

(→ +) $\Sigma P_x = 0$

$R_D.Cos\ 30° - R_C.Cos\ 45° = 0$

$200 \times 0{,}866 - R_C.0{,}707 = 0$

$0{,}707.R_C = 173{,}2$

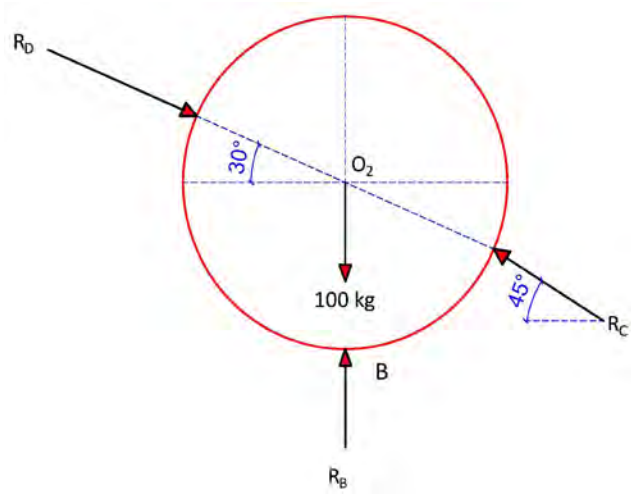
$R_C = 244{,}98$ kg

(↑ +) $\Sigma P_y = 0$

$-100 + R_B - R_D.Sin\ 30° + R_C.Cos\ 45° = 0$

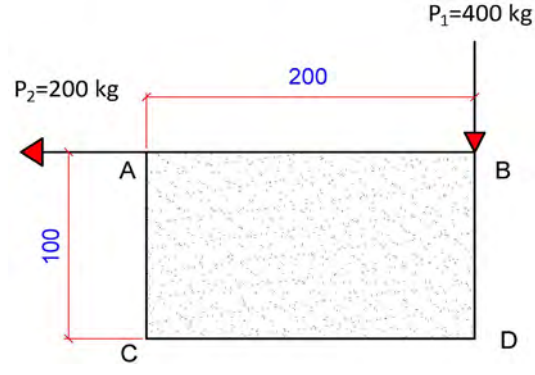
$-100 + R_B - 200 \times 0{,}5 + 244{,}98 \times 0{,}707 = 0$

$R_B = 26{,}80$ kg



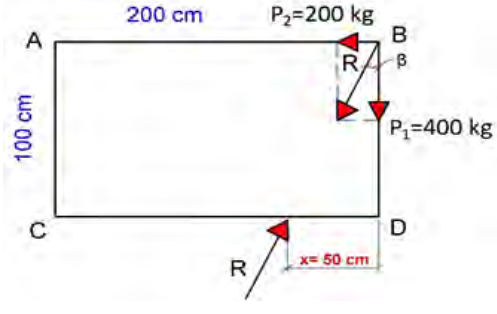
Şekil 2.11: Alttaki kürenin serbest cisim diyagramı

Problem: Şekil 2.12'de görülen dikdörtgen levha P_1 ve P_2 kuvvetlerinin etkisi altındadır. Levhanın dengede olabilmesi için DC kenarının neresine, hangi doğrultu ve yönde bir kuvvet etki ettirilmesi gerekir.



Şekil 2.12: Dikdörtgen levha ve etki eden kuvvetler

Çözüm: Şekil 2.13'te görüldüğü gibi serbest cisim diyagramı oluşturulursa levhaya etki eden iki kuvvetin bileşkesine eşit, doğrultusu aynı, fakat yönü ters olan bir kuvvetin dengeyi sağlayacağı görülecektir.



Şekil 2.13: Dikdörtgen levha ve etkileyen kuvvetler serbest cisim diyagramı

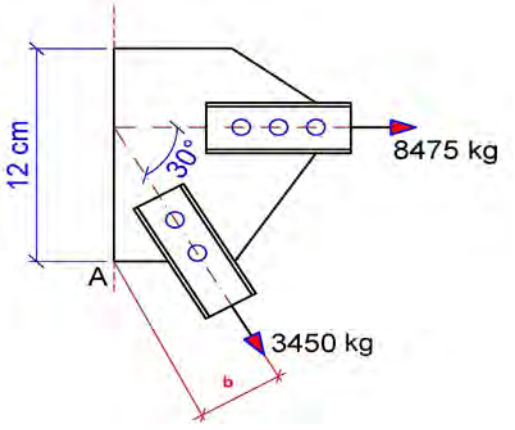
Şekil 2.13'te görülen R bileşkesi Pisagor teoremi kullanılarak bulunur.

$$R = \sqrt{400^2 + 200^2} = 447{,}2\,\text{kg}$$

Şekil 2.13'te görülen beta açısının tanjantı karşı dik kenarın komşu dik kenara oranı ile P_2 kuvvetinin P_1 kuvvetine oranının birbirlerine eşitlenmesi ile x mesafesi hesaplanır.

$$\text{tg}\,\beta = \frac{200}{400} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 50\,\text{cm}$$

Problem: Şekil 2.14'te çelik yapı elemanları düğüm noktası detayında görülen 3450 kg'lık kuvvetin A noktasına dik uzaklığı olan x mesafesini ve düğüm noktası detayındaki kuvvetlerin A noktasına göre momenti tm birimi cinsinden hesaplayınız.



Şekil 2.14: Çelik yapı elemanları düğüm noktası

Çözüm:

A noktasında 3450 kg'lık kuvvete uzaklığı,

$b_{x\ uzaklığı}$ = 12,0 x Sin 30° = 6,0 cm olur.

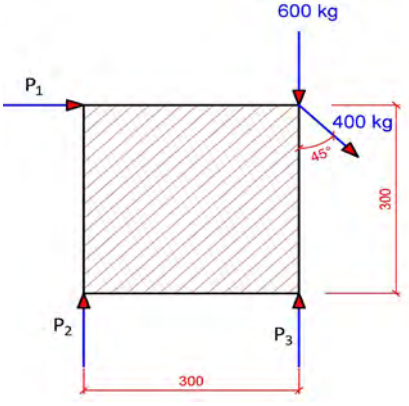
Her iki kuvvetin A noktasına göre momentlerinin toplamı;

(+) $\sum M_A$ = 12x8475 + 6x3450 = 122400 kgcm

$\sum M_A$ = 122400 kgcm bulunduğuna göre buradan da kgcm birimini tcm birimine çevirmek için 1000'e bölünür. Moment değeri 1000'e bölünürse **$\sum M_A$ = 122,4 tcm** olur.

$\sum M_A$ = 122,4 tcm moment değeri birimi tcm, buradan da birimi tm birimine çevirmek için ise 100'e bölünür. Moment değeri 100'e bölünürse **$\sum M_A$ = 1,224 tm** olur.

Problem: Şekil 2.15'te görülen levhaya 600 kg ve 400 kg'lık kuvvetler etki etmektedir. Levhanın dengede olabilmesi için P_1, P_2 ve P_3 kuvvetleri kaç kg olmalıdır.



Şekil 2.15: Kare levhayı etkileyen kuvvetler

Çözüm: I. ve II. denge koşulları kullanılırsa

(+) $\sum P_x = 0$

P_1 - 400 x Cos 45°

P_1 = 400 x 0,707

P_1 = 282,8 kg bulunur.

(+) $\sum P_y = 0$

$P_2 + P_3$ - 600 - 400 x Sin 45° = 0

$P_2 + P_3$ - 600 - 400 x 0,707 = 0

$P_2 + P_3$ = 882,8 kg bulunur.

(+) $\sum M = 0$

300x282,8 + 300x600 + 300x0,707x400 - 300 x P_3 = 0

84840 + 180000 + 84840 - 300P_3 = 0

349680 = 300P_3 ise **P_3 = 1165,6 kg** bulunur.

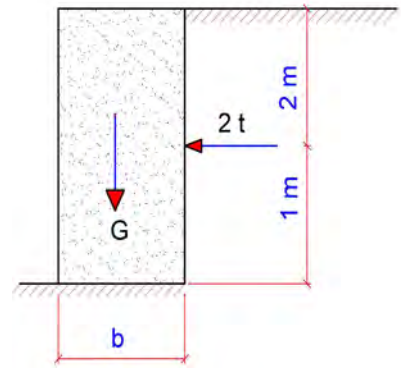
$P_2 + P_3$ = 882, 8 kg olduğundan

P_2 + 1165,6 = 882,8 kg

P_2 = 882,8 - 1165,6

P_2 = - 282,8 kg olur (Kuvvetin yönü değişir.).

Problem: Şekil 2.16'da verilen istinat duvarına 2 tonluk kuvvet etki etmektedir. İstinat duvarının devrilmemesi için istinat duvarının taban genişliği (b) en az ne kadar olmalıdır (istinat duvarı malzeme yoğunluğu 2,2 t/m^{3}tür.).



Şekil 2.16: İstinat duvarı ve İstinat duvarını etkiyen kuvvetler

Çözüm: Duvarın ağırlığı G = bx3,0x2,2 = 6,6b olur.

Duvarı sol alt köşesi çevresinden devirmeye çalışan moment: $M_1 = 2x1,0 = 2,0$ tm bulunur.

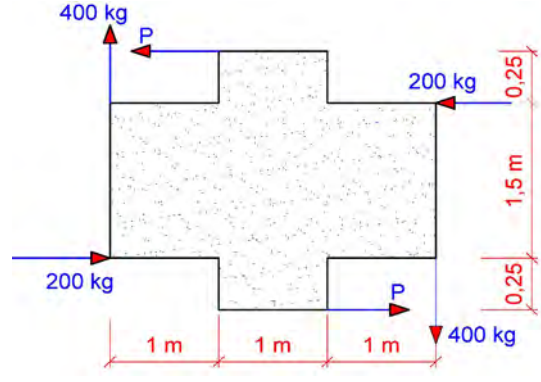
Duvarın devrilmesine engel olan moment: $M_2 = Gx\frac{b}{2} = 6,6bx\frac{b}{2} = 3,3b^2$

b'nin en küçük değeri (b_{min}) için $M_1 = M_2$ olmalıdır.

O hâlde; $2,0 = 3,3b^2$ olur. Eşitlikte $b^2 = \frac{2,0}{3,3}$ olacaktır.

$b^2 = 0,606$ olur. Eşitlikte her iki tarafın karekökü alınırsa $\mathbf{b_{min} = 0,78\ m}$ olacaktır. $b_{min} = 0,78$ m olması durumunda istinat duvarı devrilmez. Yani dengede olur.

Problem: Şekil 2.17'de verilen kuvvet çiftlerinin etkisi altında bulunan levhanın dengesi için uygulanması gereken P kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 2.17: Kuvvet çiftleri etkisi altındaki levha

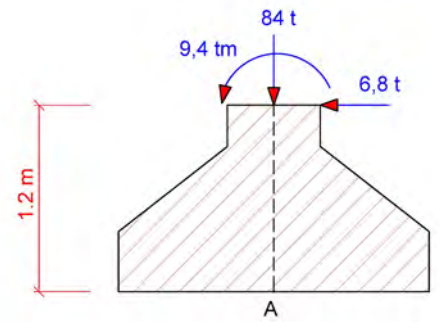
Çözüm: Şekil 2.17'deki kuvvet çiftlerinin cebirsel toplamı hesaplanırsa

(+) $\sum M = 0$

400x3 - 200x1,5 = 900 kgm olur. Levhanın dengede olabilmesi için aynı şiddette ancak ters yönde bir kuvvet çifti gereklidir. O hâlde

$P = \frac{900}{2} \Rightarrow$ **P = 450 kg** bulunur.

Problem: Şekil 2.18'de verilen tekil temele etki eden kuvvetleri ve momenti A noktasına indirgeyiniz.



Şekil 2.18: Tekil temeli etkileyen kuvvetler ve moment

Çözüm: Tekil temeli etkileyen kuvvetleri ve momenti Şekil 2.19'daki gibi serbest cisim diyagramı ile temel tabanına indirgenir.

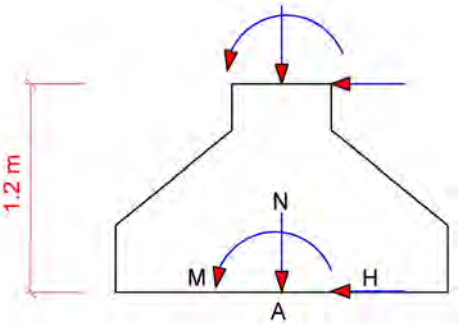
A noktasına indirgenen kuvvetlerin yatay ve düşey bileşenleri H ve N olarak, moment ise M ile gösterilirse

H = 6,8 t olur.

N = 84 t olur.

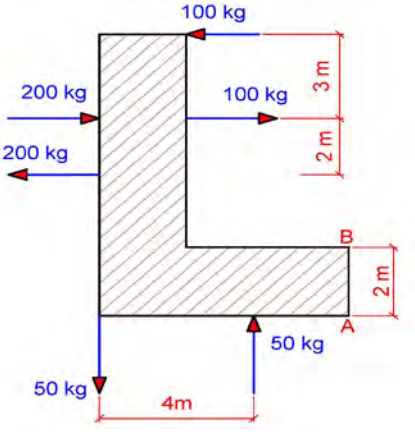
M = 9,4 + 1,2 x 6,8

M = 17,6 tm bulunur.



Şekil 2.19: Tekil temeli etkileyen kuvvetlerin ve moment serbest cisim diyagramı

Problem: Şekil 2.20'de görülen L şeklindeki levhaya etki eden üç kuvvet çifti yerine eşdeğer bir kuvvet çiftini A ve B noktalarında yatay doğrultuda olacak şekilde belirleyiniz.



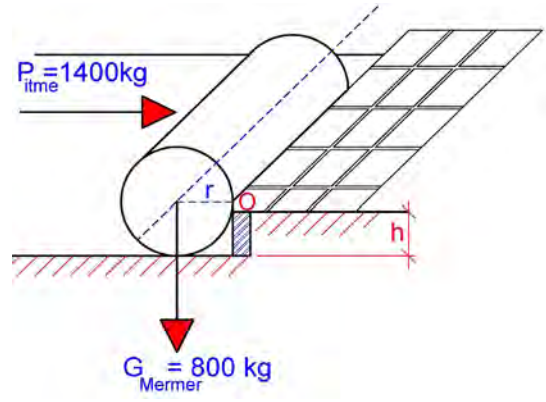
Şekil 2.20: L şeklinde levhayı etkileyen kuvvet çiftleri

Çözüm: Şekil 2.20'de görülen üç kuvvet çiftinin şiddetlerinin cebirsel toplamı

(↺ +) ∑M =-100x3,0 + 200x2,0- 50x4 buradan da **∑M = -100 kgm** olur.

Aynı şiddet ve yönde bir kuvvet çifti ise $\frac{-100}{2}$ = **- 50 kg** olacaktır. Kuvvet çifti yatay doğrultuda A ve B noktalarında soldan sağa etki etmesi gereklidir.

Problem: Şekil 2.21'de ağırlığı 800 kg, yarıçapı 30 cm olan mermer silindir blok orta noktasından 1400 kg'lık itme kuvveti etkisi altındadır. İtme kuvveti uygulandığında mermer silindir bloğun çıkabileceği en fazla yüksekliği hesaplayınız.



Şekil 2.21: Mermer silindir blok ve etki eden kuvvetler

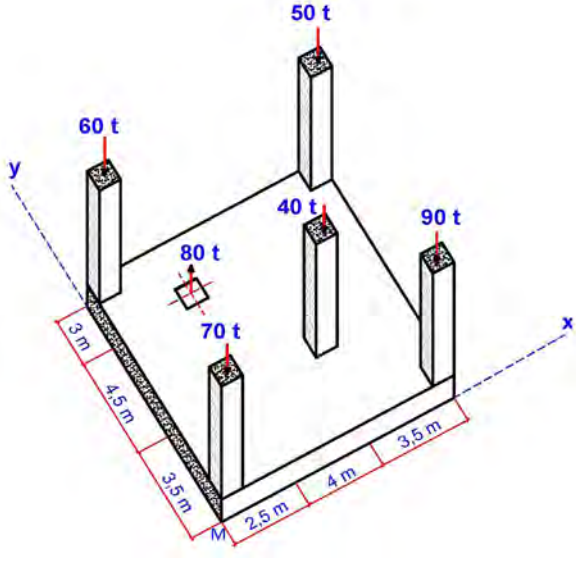
Çözüm:

(+) $\sum M_O = 0$ olmalıdır. P_{itme} x (30-h)- G_{mermer} x r = 0

1400x30- 1400h- 800x30 = 0 ise 42000- 1400h- 24000 = 0

42000-24000 = 140h olur. Buradan da 18000 = 1400h ve $\mathbf{h = \frac{18000}{1400}}$ olur ve **h= 12,857 cm** silindirin çıkabileceği en fazla yükseklik olarak bulunur.

Problem: Betonarme plak döşeme ve kolonlar üzerine etki eden düşey kuvvetler Şekil 2.22'de görülmektedir. Kuvvetlerin bileşkesini ve etki ettiği noktanın (x, y) koordinatlarını hesaplayınız.



Şekil 2.22: Betonarme plak döşeme ve kolon üzerine etki eden kuvvetler

Çözüm: Bileşke, düşey kuvvetlerin cebirsel toplamı ile bulunur.

R = 60 + 50 + 90 + 70 + 40- 80 ise **R = 230 ton** olur. Şekil 2.22'de görülen kuvvetlerle aynı doğrultuda olan bileşkenin betonarme plağa etki ettiği noktanın koordinatları x ve y ile ifade edilirse

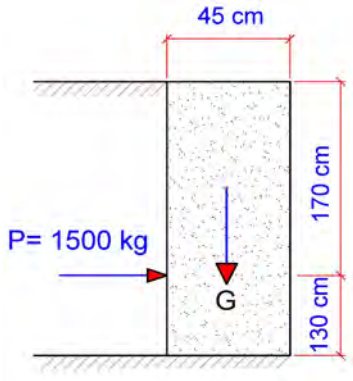
(+) ∑Mx = (90 + 50)x10,0 + 40x6,5- 80x2,5 ise **∑Mx = 1460 tm** olur.

(+) ∑My = (60 + 50)x11,0 + 40x3,5- 80x8,0 ise **∑My = 710 tm** olur.

$x = \frac{Mx}{R}$ ise $x = \frac{1460}{230}$ buradan da **x = 6,35 m** bulunur.

$y = \frac{My}{R}$ ise $y = \frac{710}{230}$ buradan da **y = 3,09 m** bulunur.

Problem: Şekil 2.23'te yol kenarında meydana gelen toprak kaymalarından dolayı istinat duvarına 1500 kg'lık yük etki etmektedir. İstinat duvarının devrilmemesi için istinat duvarının ağırlığı kaç kg olmalıdır.



Şekil 2.23: İstinat duvarını etkileyen yatay toprak yükü

Çözüm:

(↷ +) ∑MO = 0

Px130 - Gx22,5 = 0 olacaktır. 1500x130 = Gx22,5 olduğundan eşitlikte G çekilirse

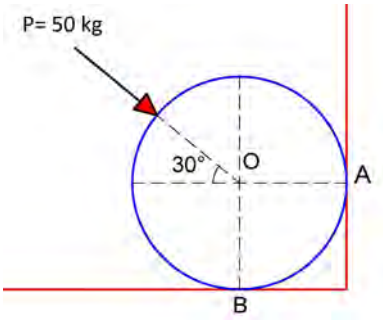
$G = \frac{1500x130}{22,5}$ olur. Buradan da **G = 8666, 67 kg** bulunur.

BİLGİ KUTUSU

Denge hesaplarında I. ve II. denge koşulları titiz bir şekilde incelenmeli ve problem çözümlerinde dikkatli olunmalıdır. Hesaplamalar tamamlandıktan sonra kontroller yapılmalıdır.

SIRA SİZDE

O Merkezli türdeş küreye Şekil 2.24'te görüldüğü gibi 50 kg'lık kuvvet etki etmektedir. P kuvvetinin O merkezli türdeş küreyle yaptığı açı 30° ve sistem dengededir. Türdeş küreye B noktasındaki tepki kuvveti 60 kg ise kürenin ağırlığını (G) ve A noktasındaki tepki kuvvetini (P_A) hesaplayınız?



Şekil 2.24: O merkezli türdeş küre ve etkiyen kuvvet

2.2. UYGULAMA DENGE HESAPLARI

10 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

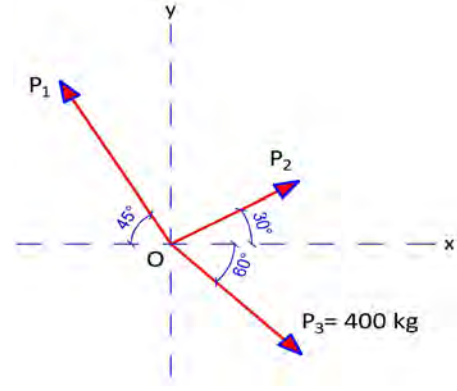
36144

Bu çalışmanın amacı, denge hesapları ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Denge hesapları uygulamasını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 2.25'te verilen kuvvetler O noktasında kesişmektedir. Kuvvetlerin dengede olabilmesi için P_1 ve P_2 kuvvetlerinin değerini hesaplayınız.



Şekil 2.25: O noktasında kesişen kuvvetler

Yönerge

- **Çalışmanızda kuvvetlerin eksenler ile yaptıkları açılara dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Şekil 2.26'da verilen kuvvetlerin yatay (x) ve düşey (y) eksenlerine göre bileşenleri izdüşüm yöntemiyle gösterilir.
- x ekseni üzerindeki kuvvetlerin bileşenleri izdüşüm yöntemiyle bulunur.

$P_1x = P1.Cos\ 45°$ ise $P_1x = P1.0,707 = 0,707P_1$

$P_2x = P2.Cos\ 30°$ ise $P_2x = 300x0,866 = 0,866P_2$ kg

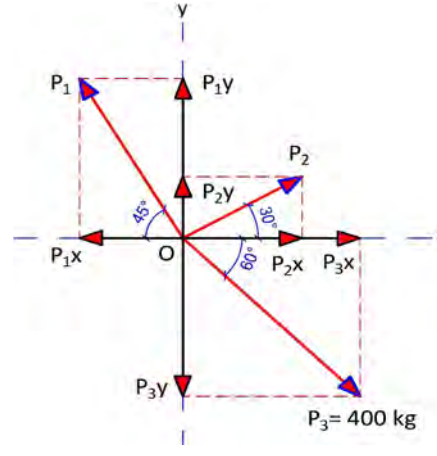
$P_3x = P3.Cos\ 60°$ ise $P_2x = 400x0,5 = 200$ kg

- y ekseni üzerindeki kuvvetlerin bileşenleri izdüşüm yöntemiyle bulunur.

$P_1y = P_1.Sin\ 45°$ ise $P_1y = P_1.0,707 = 0,707P_1$

$P_2y = P_2.Sin\ 30°$ ise $P_2y = P_2x0,5 = 0,5P_2$ kg

$P_3y = P_3.Sin\ 60°$ ise $P_2y = 400x0,866 = 346,4$ kg



Şekil 2.26: O noktasında kesişen kuvvetlerin bileşenleri

- x ve y ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamlarını ve yatay kuvvetlerin dengede olabilmesi için denge koşulu ile ∑Px ve ∑Py bileşke kuvvet değerleri hesaplanır.

Soldan sağa kuvvetleri (+) ve aşağıdan yukarı yönlü kuvvetleri (+) kabulü;

(→ +) $\sum P_x = 0$ $\sum Px = 0, -0{,}707P_1 + 0{,}866P_2 + 200 = 0$ olur. **$200 = 0{,}866P_2 - 0{,}707P_1$ (1. denklem)**

(↑ +) $\sum P_y = 0$ $\sum Py = 0, -0{,}707P_1 + 0{,}5P_2 + 364{,}4 = 0$ olur. **$364{,}4 = 0{,}5P_2 - 0{,}707P_1$ (2. denklem)**

- ∑Px ve ∑Py bileşke kuvvetlerin cebirsel toplamları ile bulunan birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin çözümü yapılır.

1. denklemde eşitliğin her iki tarafındaki değerleri (-1) ile çarparak denklemlerdeki bilinmeyen sayısı bire düşürülür.

$-1 / 0{,}866P_2 - 0{,}707P_1 = 200$

$0{,}5P_2 - 0{,}707P_1 = 364{,}4$

$-0{,}866P_2 + 0{,}5P_2 = 164{,}4$ ise $0{,}366P_2 = 164{,}4$ olur. $P_2 = \frac{164{,}4}{0{,}366}$ buradan da **$P_2 = 449{,}18$ kg** olur.

1. denklemde P_2 değeri yerine konursa $0{,}866 \times 449{,}18 - 0{,}707P_1 = 200$ ise $388{,}99 - 0{,}707P_1 = 200$

buradan da $0707P_1 = -188{,}99$ olur. $P_1 = \frac{-188{,}99}{0{,}707}$ buradan da **$P_1 = -267{,}313$ kg** olur.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Şekil 2.23'te verilen kuvvetlerin yatay (x) ve düşey (y) eksenlerine göre bileşenlerini izdüşüm yöntemiyle gösterdiniz mi?		
2	x ekseni üzerindeki kuvvetlerin bileşenlerini izdüşüm yöntemiyle buldunuz mu?		
3	x ve y ekseni üzerindeki kuvvetlerin cebirsel toplamlarını ve yatay kuvvetlerin dengede olabilmesi denge koşulu ile ∑Px ve ∑Py bileşke kuvvet değerlerini hesapladınız mı?		
4	∑Px ve ∑Py cebirsel toplamları ile bulunan denklemlerin çözümünü yaptınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	30	60	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

Çevrenizde yapı elemanlarını ve cisimleri etkileyen kuvvetlerin döndürücü etkilerinin oluşumunu araştırınız ve arkadaşlarınızla paylaşınız.

2.3. MOMENT HESAPLARI

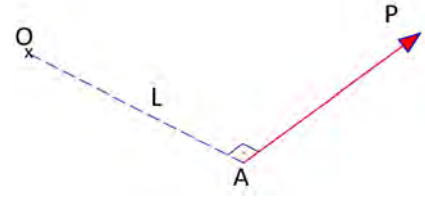
Denge şartlarının II. koşulu olan moment, kuvvetlerin döndürücü etkilerinin şiddetleri toplamıdır. Kuvvetlerin döndürücü etkisi hesaplanırken kuvvetlerin soldan sağa saat yönü ve sağdan sola saatin tersi yönü dikkate alınarak hesaplanır. Bunun için bir kabul yapılması gerekmektedir. Örneğin moment alınan noktaya göre soldan sağa saat yönünde olan kuvvetler pozitif (+) ve sağdan sola saat yönünün tersi olan kuvvetler negatif (-) kabul edilerek kuvvetlerin döndürücü etkilerinin cebirsel toplamları ile moment değeri hesaplanabilir. Ya da bu durumun tersi kabul ile de moment değeri hesaplanabilir.

Kuvvet etkisi altında bulunan bir nokta ile kuvvet arasındaki uzaklığa **kuvvet kolu** denir. Kuvvet ile kuvvet kolunun çarpımına **kuvvetin döndürücü etkisi** ya da **statik moment** denir. Statik Moment **M** harfi ile gösterilir. Momentin birimi; kgm (kilogrammetre), kgcm (kilogramsantimetre), tm (tonmetre), tcm (tonsantimetre), Nm (Newtonmetre), Ncm (Newtonsantimetre), kgmm (kilogrammilimetre) vb. olabilir.

2.3.1. Noktaya Göre Moment

Bir P kuvvetinin başlangıç noktası A harfi ile P kuvvetin başlangıç noktasından momenti alınacak noktaya olan uzaklığa L ile ifade edilirse (Şekil 2.27); P kuvveti ile L uzaklığının çarpımı, noktaya göre momenti verir.

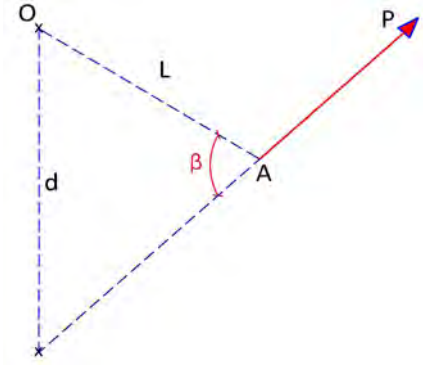
Dik uzunlukta noktaya göre Moment,
M = P.L ile hesaplanır.



Şekil 2.27: Dik uzunlukta noktaya göre moment

O noktası ile P kuvveti arasındaki açı β ile gösterilirse **P** kuvvetinin **O** noktasına göre momentinin şiddeti Şekil 2.28'den faydalanılarak

$\mathbf{M_o = P.L.Sin\beta}$ ya da $\mathbf{M_o = P.d}$ bağıntılarıyla hesaplanır.



Şekil 2.28: Açısal (eğik) uzaklıkta noktaya göre moment

2.3.2. Eksene Göre Moment

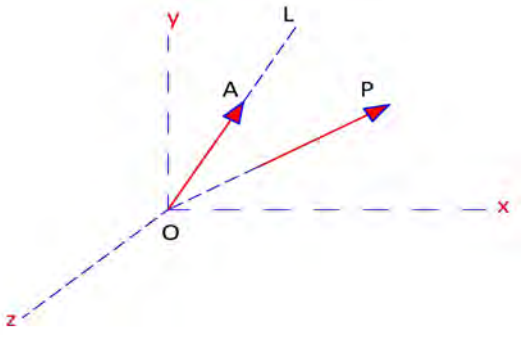
Bir eksen üzerinde bulunan A birim vektörü ve P kuvvetine göre eksendeki momentin şiddeti Şekil 2.29'dan faydalanılarak

$\mathbf{M_{OL} = A.M_O}$ veya $\mathbf{M_{OL} = A.(l \wedge P)}$ bağıntılarıyla hesaplanır.

Şekil 2.29'da görülen eksene göre momenti x, y ve z eksenlerine göre determinantı alınarak bulunur.

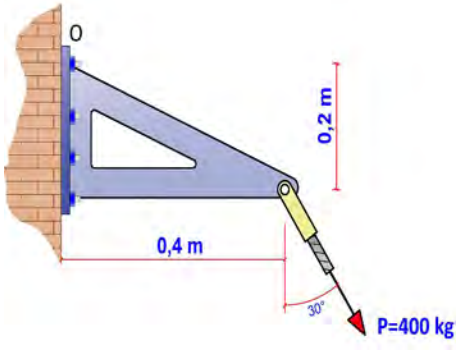
$$M_{OL} = \begin{vmatrix} Ax & Ay & Az \\ x & y & z \\ Px & Py & Pz \end{vmatrix}$$

A_x, A_y, A_z değerleri OL eksenlerinin doğrultan cosinüsleridir.



Şekil 2.29: Eksene göre moment

Problem: Şekil 2.30'da ankastre destek sisteminde 400 kg'lık kuvvet desteğin köşesinden etki etmektedir. Vektörel kuvvetin O noktasına göre momentini belirleyiniz.



Şekil 2.30: Ankastre destek ve P kuvveti

Çözüm: Kuvvetin yatay ve düşey izdüşümleri Şekil 2.31'deki gibi gösterilir.

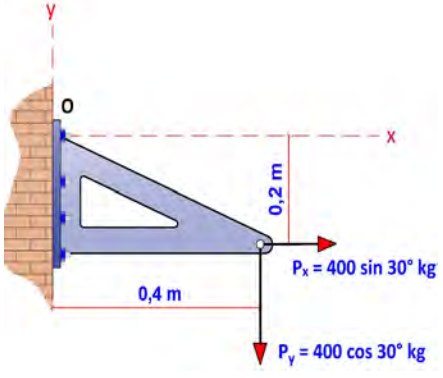
Şekil 2.31'den kuvvetlerin değerleri hesaplanır.

P_x = 400.sin 30° = 200 kg (Kuvvet soldan sağa yönlü)
P_y =- 400.Cos 30° =-364,4 kg (Kuvvet aşağı yönlü)
P_z = 0

Kuvvetin O noktasına olan uzaklıkları yazılır.

r_x = 0,4 m
r_y = 0,2 m
r_z = 0 m

r = (0,4x- 0,2y + 0z)
P = (200x- 364,4y + 0z)



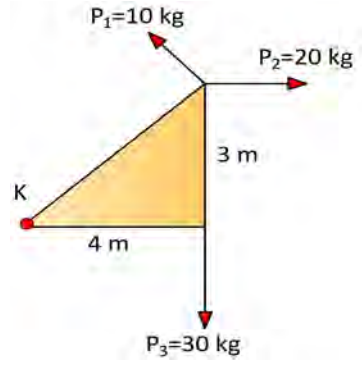
Şekil 2.31: Ankastre destek ve x, y, z eksenlerine göre P kuvveti bileşenleri

M_O = r.P bağıntısını kullanarak O noktasına göre x, y ve z eksenleri doğrultusunda M_o değerini determinantını alarak hesaplanması. Determinantta x, y ve z birim vektör olarak alınır.

$$M_{OL} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 0,4 & -0,2 & 0 \\ 200,0 & -364,4 & 0 \end{vmatrix} = 0.x - 0.y + [0,4.(-346,4) - (-0,2).(200,0)]z$$

M_{OL} = -98,6z kgm bulunur.

Problem: Şekil 2.32'de görülen üçgen bir blok P_1, P_2 ve P_3 kuvvetlerinin etkisi altındadır. Kuvvetler K noktasına dik olarak etki etmektedir. K noktasında geçen, levhaya dik eksene göre verilen kuvvetlerin bileşke momentinin büyüklüğünü hesaplayınız.



Şekil 2.32: Üçgen blok ve onu etkileyen kuvvetler

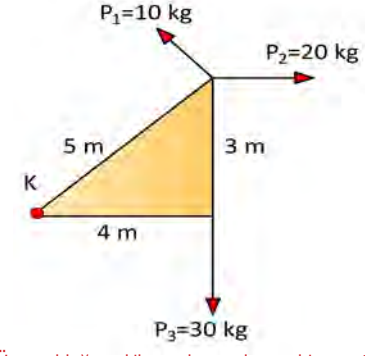
Çözüm: Şekil 2.32'de görülen üçgen blok dik üçgen şeklinde olduğundan bilinmeyen hipotenüs boyu Pisagor Teoremi ile hesaplanır.

Dik üçgende **Pisagor Teoremi $a^2 = b^2 + c^2$**

Şekil 2.32'deki üçgen blokta, b = karşı dik kenar = 3 m, c = komşu dik kenar = 4 m, a = hipotenüs olur.

$a^2 = 3^2 + 4^2$ olur. $a^2 = 9 + 16$ ve $a^2 = 25$ olacaktır.

Buradan da; **a = 5 m** bulunur (Şekil 2.33).

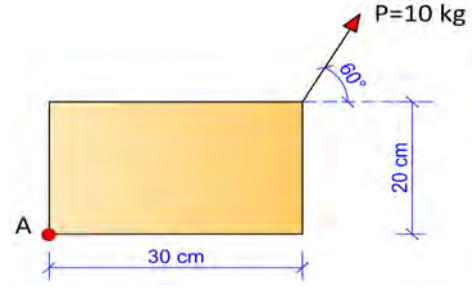


Şekil 2.33: Üçgen bloğu etkileyen kuvvetler ve hipotenüs boyu

(+) K noktasına göre moment alınırsa

$M_K = -P_1x5 + P_2x3 + P_3x4$
$M_K = -10x5 + 20x3 + 30x4$
$M_K = -50 + 60 + 120$
M_K = 130 kgm bulunur.

Problem: Şekil 2.34'te dikdörtgen bir blok, P kuvvetinin etkisi altındadır. Bloğun A noktasına göre momentini hesaplayınız.

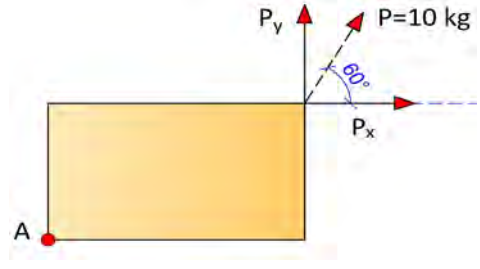


Şekil 2.34: Dikdörtgen blok ve etkiyen kuvvet

Çözüm: Kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini izdüşüm yöntemiyle gösterimi Şekil 2.35'te verilmiştir.

Şekil 2.35'ten faydalanarak kuvvetin yatay ve düşey izdüşümleri hesaplanırsa;

$P_y = P.Sin\alpha$ $\qquad$ $P_x = P.Cos\alpha$
$P_y = 10.Sin60^0$ $\qquad$ $P_x = 10.Cos60^0$
$P_y = 10x0,5 \Rightarrow$ **P_y = 5 kg** olur. $P_x = 10x0,866 \Rightarrow$ **P_x = 8,66 kg** olur.



Şekil 2.35: Dikdörtgen blok ve etkiyen kuvvetin bileşenleri

(+) A noktasına göre moment alınırsa;

$M_A = - P_y.30 + P_x.20$

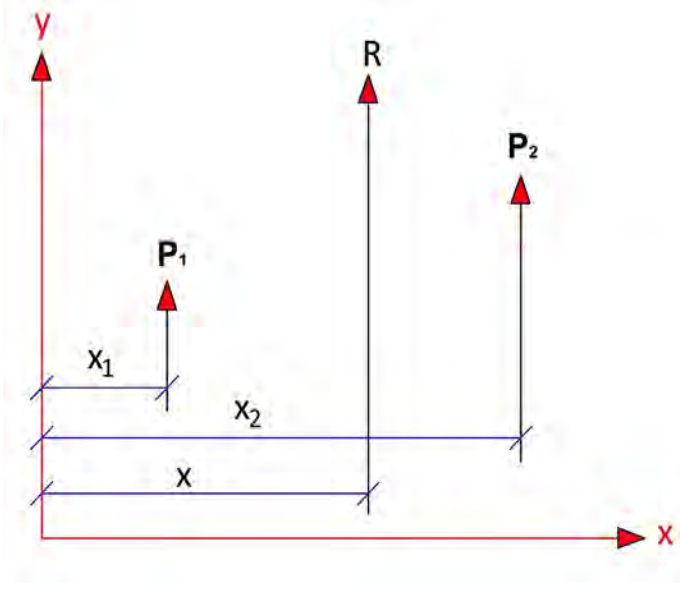
$M_A = -5x30 + 8,66x20$

$\Rightarrow M_A = -150 + 173,2$

$\Rightarrow$ **M_A = + 23,2 kgcm** olur.

2.3.3. Paralel Kuvvetlerde Bileşke ve Yerinin Bulunması

P_1, P_2 ve bu kuvvetlerin bileşkesi olan R, birbirine paralel konumda x ve y eksenlerine olan uzaklıkları Şekil 2.36'da gösterilmiştir.



Şekil 2.36: Paralel kuvvetlerin bileşkesi ve yeri

Kuvvetlerin x bileşenleri olmadığına göre

$\Sigma Py = R = P_1 + P_2$ olmalıdır.

Kuvvetlerin o noktasına göre momentleri

$Mo = P_1.x_1 + P_2.x_2$ olur.

Bileşke kuvvetin aynı noktaya göre momenti ise $R.x = (P_1 + P_2).x$ şeklinde yazılır.

Bileşke kuvvetin momenti bileşenlerin momentleri toplamına eşit olduğundan

$(P_1 + P_2).x = P_1.x_1 + P_2.x_2$ olacaktır.

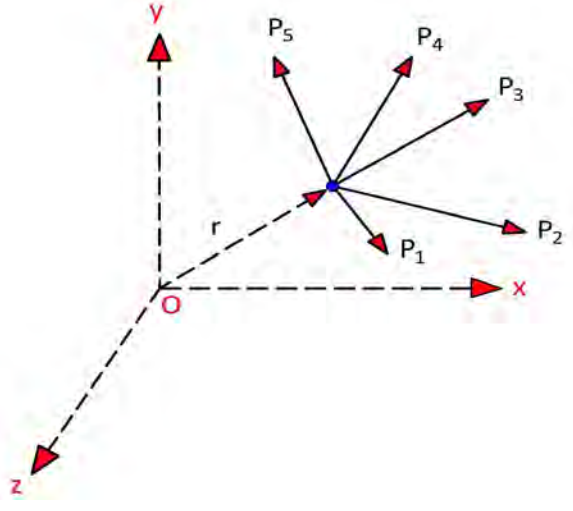
Buradan da; $\mathbf{x = (P_1.x_1 + P_2.x_2) / (P_1 + P_2)}$

2.3.4. Varignon Teoremi

Bir noktada kesişen birden çok kuvvetin bileşkesinin bir dönme merkezine göre momenti, aynı noktaya göre momentlerinin cebirsel toplamına eşittir. Bir paralel kuvvetler sistemi bileşkesinin herhangi bir dönme merkezine göre momenti aynı noktaya göre bileşenler momentlerinin cebirsel toplamına eşittir (Şekil 2.37).

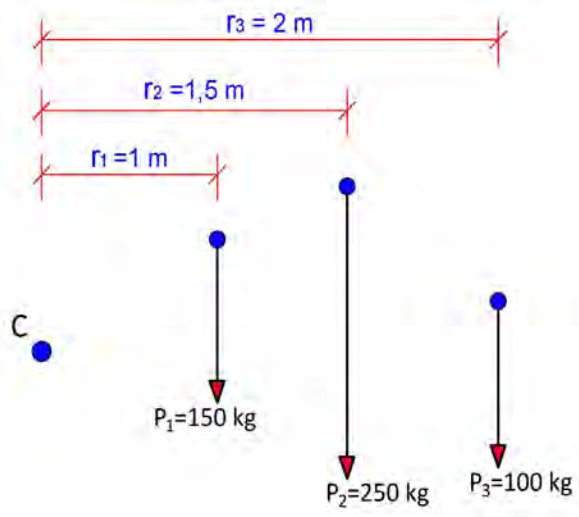
Aynı noktaya uygulanan P_1, P_2, P_3, ... P_n gibi kuvvetlerin etkisi ile ve noktanın yer vektörü r ise

$r.P_1 + r.P_2 + r.P_3 + ... r.P_n = r. (P_1 + P_2 + P_3 + ... P_n)$ şeklinde ifade edilir.



Şekil 2.37: Kesişen kuvvetlerin Varignon Teoremi ile momenti

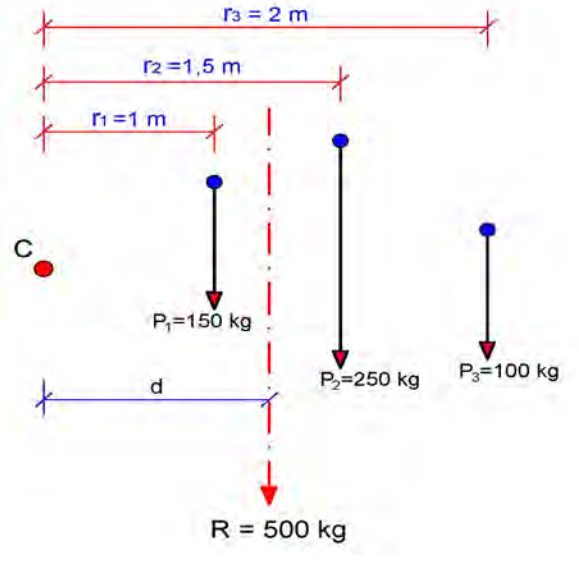
Problem: Şekil 2.38'de görülen kuvvetlerin C merkezine olan uzaklıkları verilmiştir. Verilenlere göre kuvvetlerin bileşkesini (R) ve bileşkenin C merkezine olan uzaklığını bulunuz.



Şekil 2.38: C merkezine uzaklıkları verilen kuvvetler

Çözüm:

Bileşke; $R = P_1 + P_2 + P_3 \Rightarrow R = 150 + 250 + 100$ ve **R = 500 kg** bulunur.



Şekil 2.39: C merkezine uzaklıkları verilen kuvvetlerin bileşkesi

C noktasına göre moment alınırsa

(+) $\Sigma M_C = 0$, $P_1.r_1 + R.d + P_2.r_2 + P_3.r_3 = 0$ ise

$+R.d = P_1.r_1 + P_2.r_2 + P_3.r_3$ bağıntısından;

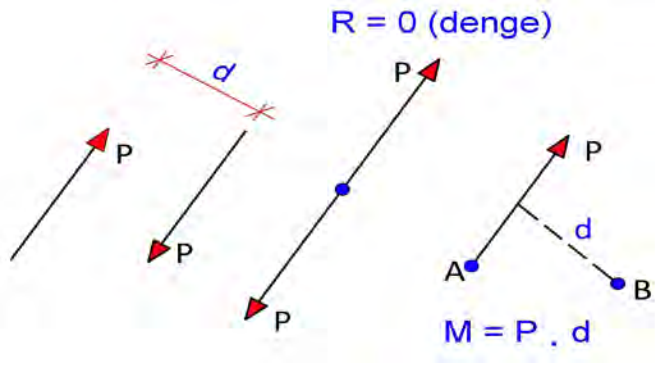
$500xd = 150x1 + 250x1,5 + 100x2 = 150 + 375 + 200 \Rightarrow d = 725 / 500$ ise **d = 1,45 m** bulunur (Şekil 2.39).

2.3.5. Kuvvet Çifti ve Kuvvet Çiftinin Momenti

Ters yönde eşit şiddette paralel olan kuvvetlere **kuvvet çifti** veya **eşlenik kuvvetler** adı verilir.

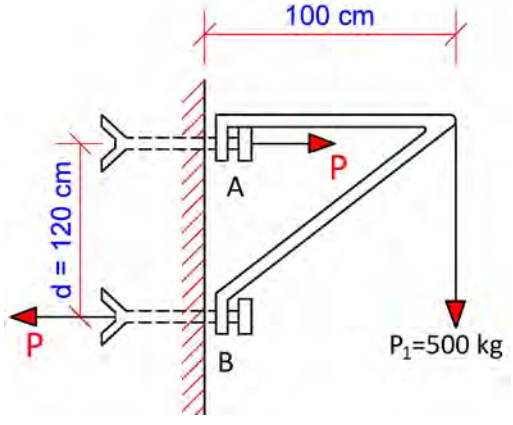
Kuvvet çiftinin momenti, dönme merkezinin her durumu için kuvvetlerden biri ile kuvvetler arasındaki uzaklığın çarpımına eşittir.

Dönme yönleri aynı olmak kaydıyla, bir kuvvet çifti yerine başka bir kuvvet çifti konabilir. Bileşke kuvvet çiftinin şiddeti bileşen kuvvet çiftlerinin cebirsel toplamına eşittir. Bileşke kuvvetin 0 (sıfır) olması denge durumunu gösterir (Şekil 2.40).



Şekil 2.40: Kuvvet çifti ve momenti

Problem: Şekil 2.41'de görülen ankastre konsol A ve B noktalarında duvara bulonla monte edilmiştir. Konsolu etkileyen yükün A veya B ankrajlanmış noktalara göre momentin oluşturacağı kuvvet çiftinin A veya B ankraj noktalarındaki etkisini bulunuz.



Şekil 2.41: Ankastre konsol ve kuvvet çifti

Çözüm:

(+)

M_A = 500x100

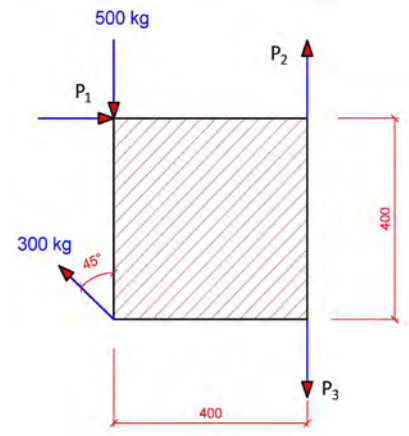
M_A = 50000 kgcm bulunur.

BİLGİ KUTUSU

Moment hesaplarında, moment alınan nokta ile kuvvetler arasındaki uzunluk doğru alınmalıdır. Kuvvetin döndürücü etkisi (moment), saat yönüne göre ve saatin tersi yönünde etkisi olan kuvvetlerin durumu titiz bir şekilde incelenmeli ve problem çözümlerinde dikkatli olunmalıdır. Hesaplamalar yapıldıktan sonra hassas bir şekilde kontrol yapılmalıdır.

SIRA SİZDE

Şekil 2.42'de verilen kare levha 300 kg ve 500 kg'lik kuvvetlerin etkisi altındadır. Levhanın dengede olabilmesi için P_1, P_2 ve P_3 kuvvetlerinin değeri kaç kg olmalıdır?



Şekil 2.42: Kare levha ve onu etkileyen kuvvetler

2.4. UYGULAMA MOMENT HESAPLARI

6 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

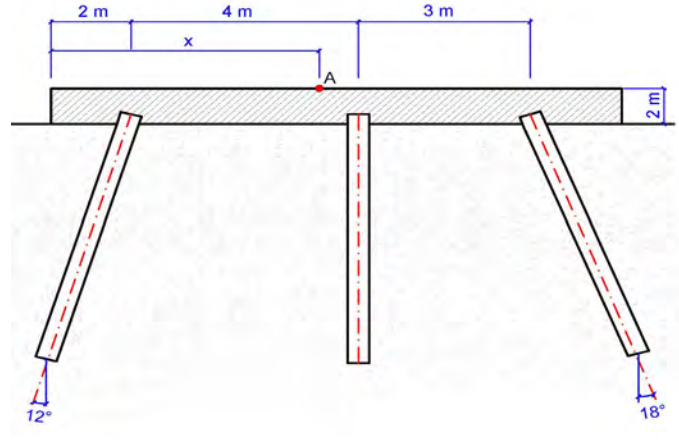
36145

Bu çalışmanın amacı, moment hesapları ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Moment hesapları uygulamasını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 2.43'te üç adet fore kazık ve betonarme başlık plağından oluşan temel sisteminde fore kazıkların her biri kendi doğrultusunda 100 ton yük taşımaktadır. Bileşke yükün başlık plağını kestiği A noktasına olan mesafesini (x) ve bileşke kuvvetin şiddetini hesaplayınız.



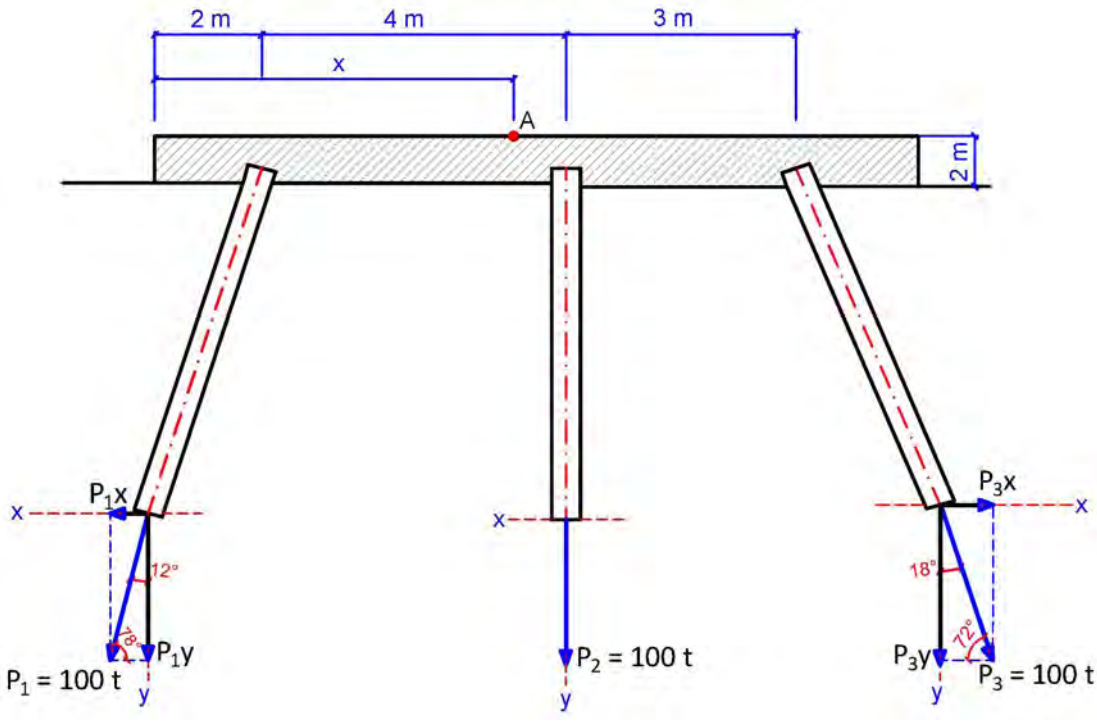
Şekil 2.43: Fore kazık ve betonarme plak başlığından oluşan temel sistemi

Yönerge

- **Çalışmanızda Şekil 2.43'te verilen betonarme plak ve fore kazık sisteminde açılara dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Zemine aktarılan yükler ve doğrultuları gösterilir (Şekil 2.44).
- Yüklerin x ve y eksenlerine olan izdüşümleri çizilir (Şekil 2.44).



Şekil 2.44: Fore kazıkların aktardığı yüklerin İzdüşümleri

- P_1 ve P_3 kuvvetlerinin yatay eksen üzerindeki izdüşümleri hesaplanır.

$P_1x = P_1.\text{Cos } 78°$ olduğundan $P_1x = 100x0,2079 = 20,79$ t

$P_3x = P_3.\text{Cos } 72°$ olduğundan $P_3x = 100x0,3090 = 30,90$ t

- P_1 ve P_3 kuvvetlerinin düşey eksen üzerindeki izdüşümleri hesaplanır.

$P_1y = P_1.\text{Sin } 78°$ olduğundan $P_1y = 100x0,9781 = 97,81$ t

$P_3y = P_3.\text{Sin } 72°$ olduğundan $P_3y = 100x0,9511 = 95,11$ t

- Yatay kuvvetlerin cebirsel toplamı alınarak ΣPx hesaplanır.

$(\rightarrow +) \quad \Sigma P_x = 0$

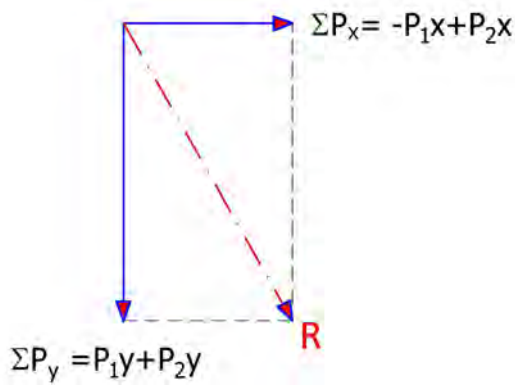
$\Sigma Px = -P_1x + P_3x = -20,79 + 30,90$ ise **ΣPx = 10,11 t** bulunur.

- Düşey kuvvetlerin cebirsel toplamı alınarak ΣPy hesaplanır.

(↑ +) $\Sigma P_y = 0$

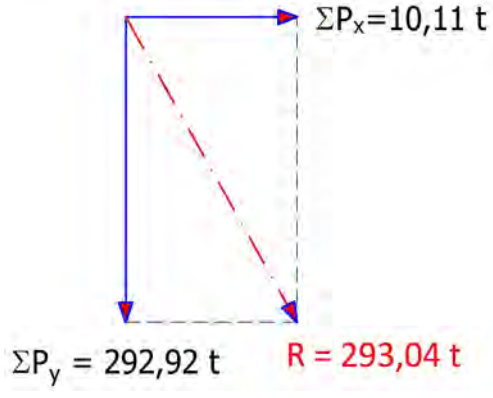
$\Sigma Py = P_1y + P_2 + P_3y = 97,81 + 100 + 95,11 \Rightarrow$ **ΣPy = 292,92 t** bulunur.

- Yatay kuvvetlerin cebirsel toplamı ile düşey kuvvetlerin cebirsel toplamı gösterilir ve bileşke kuvvet hesaplanır (Şekil 2.45).



Şekil 2.45: Fore kazıkların aktardığı yüklerin bileşkesi

$R^2 = (\Sigma Px)^2 + (\Sigma Py)^2$ ise $R^2 = (10,11)^2 + (292,92)^2 = 102,2121 + 85802,1264$ ise $R^2 = 85904,34$
R = 293,094 t bulunur (Şekil 2.46).



Şekil 2.46: Fore kazıkların aktardığı yüklerin bileşkesi

- Şekil 2.44'te betonarme plağın **sol üst köşe noktasına göre** moment alınarak kuvvetlerin plağı kestiği mesafe (x) hesaplanır.

(↻ +) ΣM= 0

$P_1x.2 + P_1y.2 + P_2.6 + P_3y.9 - P_3x.2 = R.x$

20,79 x 2+97,81 x 2 + 100 x 6+95,11 x 9- 30,90 x 2 = 293,04.x

41,58 + 195,62 + 600 + 855,9- 61,80 = 293,04x

1631,3 = 293,04x ise **x = 5,57 m** bulunur.

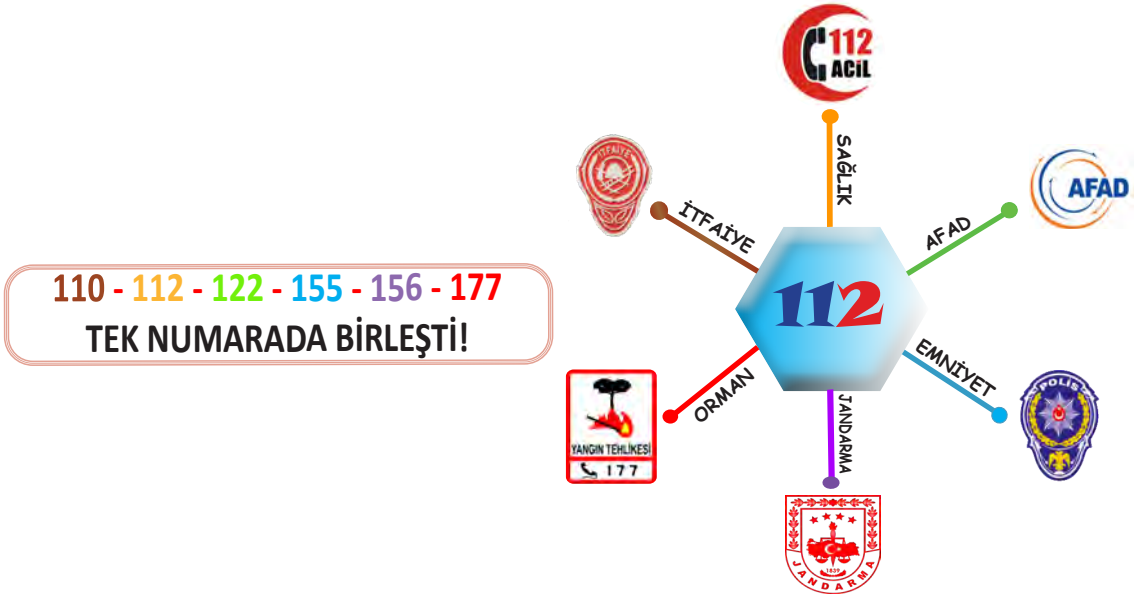
UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Zemine aktarılan yükleri ve doğrultularını gösterdiniz mi?		
2	Yüklerin x ve y eksenlerine olan İzdüşümlerini çizdiniz mi?		
3	P_1 ve P_3 kuvvetlerinin yatay eksen üzerindeki izdüşümlerini hesapladınız mı?		
4	P_1 ve P_3 kuvvetlerinin düşey eksen üzerindeki izdüşümlerini hesapladınız mı?		
5	Yatay kuvvetlerin cebirsel toplamını alarak ΣPx değerini hesapladınız mı?		
6	Düşey kuvvetlerin cebirsel toplamını alarak ΣPy değerini hesapladınız mı?		
7	Yatay kuvvetlerin cebirsel toplamı ile düşey kuvvetlerin cebirsel toplamını gösterip, bileşke kuvveti hesapladınız mı?		
8	Plağın sol üst noktasına göre moment alarak kuvvetlerin plağı kestiği mesafeyi (x) hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	25	65	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		



2.5. UYGULAMA DENGE VE MOMENT HESAPLARI

1 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

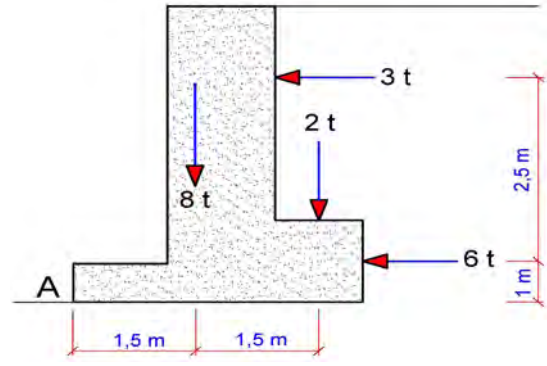
36146

Bu çalışmanın amacı, denge ve moment hesapları ile ilgili uygulama yapmaktır.

Görev

Denge ve moment hesap uygulamalarını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 2.47'de ağırlığı 8 ton olan bir istinat duvarını A noktası etrafında devirmeye çalışan moment ile devrilmeye karşı koyan momenti karşılaştırınız.



Şekil 2.47: Papuçlu İstinat duvarı

Yönerge

- **Çalışmanızda istinat duvarını devirmeye çalışan ve devrilmeye karşı koyan kuvvetleri doğru almaya dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Şekil 2.47'deki istinat duvarını devirmeye çalışan kuvvetler ile devrilmeye karşı koyan kuvvetler tespit edilir.
- İstinat duvarında devrilmeye karşı koyan kuvvetlerin A noktasına göre momentlerinin cebirsel toplamı bulunur.
- İstinat duvarını devirmeye çalışan kuvvetlerin A noktasına göre momentlerinin cebirsel toplamı bulunur.
- İstinat duvarını devirmeye çalışan kuvvetlerin momentlerinin cebirsel toplamı ile devrilmeye karşı koyan kuvvetlerin momentlerinin büyüklükleri karşılaştırılarak istinat duvarının devrilme tahkiki yapılır.
- İstinat duvarında devrilmeye karşı koyan momentlerin cebirsel toplamı ile devirmeye çalışan momentlerin cebirsel toplamı oranlanarak emniyet katsayısı tespit edilir.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	İstinat duvarını devirmeye çalışan kuvvetler ile devrilmeye karşı koyan kuvvetleri tespit ettiniz mi?		
2	İstinat duvarında devrilmeye karşı koyan kuvvetlerin A noktasına göre momentlerinin cebirsel toplamını buldunuz mu?		
3	İstinat duvarını devirmeye çalışan kuvvetlerin A noktasına göre momentlerinin cebirsel toplamını buldunuz mu?		
4	İstinat duvarını devirmeye çalışan kuvvetlerin momentlerinin cebirsel toplamı ile devrilmeye karşı koyan kuvvetlerin momentlerinin cebirsel toplamının büyüklüklerini karşılaştırıp istinat duvarının devrilme tahkikini yaptınız mı?		
5	İstinat duvarında devrilmeye karşı koyan momentlerin cebirsel toplamı ile devirmeye çalışan momentlerin cebirsel toplamını oranlayıp emniyet katsayısını tespit ettiniz mi?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	25	65	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

2. ÖĞRENME BİRİMİ NOTLARIM

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI

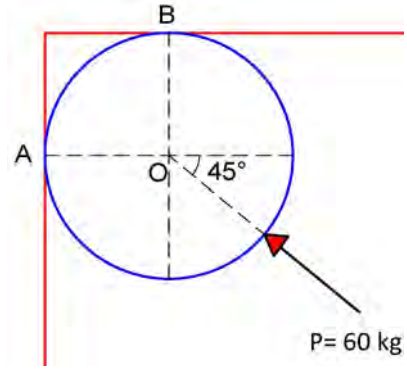
Aşağıda verilen çoktan seçmeli test maddelerinden oluşan soruları cevaplayınız.

1. Bir sistemde bilinmeyen sayısı üçten fazla ise sadece 3 denklemi kullanarak çözüm mümkün değildir ve yapı statik olarak belirsizdir. Bu durum .....olarak adlandırılır.

Yukarıda noktalı boşluk bırakılan yere aşağıdaki seçeneklerde verilenlerden hangisi gelmelidir?

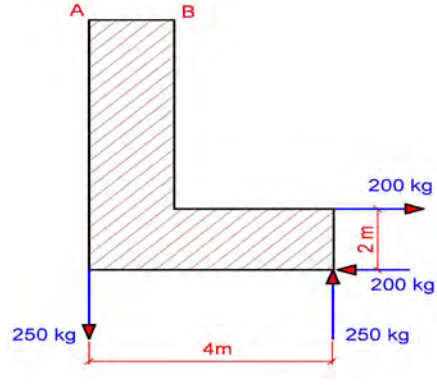
A) Hidrolik sistemler B) İzostatik sistemler C) Hiperstatik sistemler
D) Dengeli sistemler E) Dinamik sistemler

2. **O Merkezli türdeş küreye şekilde görüldüğü gibi 60 kg'lık kuvvet etki etmektedir. P kuvvetinin O merkezli türdeş küreyle yaptığı açı 45° ve sistem dengededir. Türdeş küreye B noktasında 20 kg'lık tepki kuvveti etki ettiğine göre kürenin ağırlığı (G) kaç kg olmalıdır?**



A) 20,22
B) 22,42
C) 32,22
D) 42,42
E) 40,22

3. **Şekildeki levhaya etki eden iki kuvvet çifti yerine eşdeğer bir kuvvet çifti A ve B noktalarında düşey doğrultuda kaç kg olmalıdır?**



A) 195,66
B) 175,17
C) 165,48
D) 210,79
E) 118,77

4. **Aşağıdaki seçeneklerin hangisinde verilen moment birimi olamaz?**

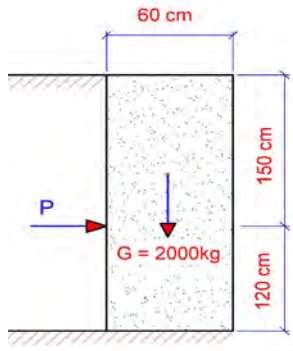
A) Nm B) kgm C) kgN D) tcm E) Ncm

5. Bir noktada kesişen birden çok kuvvetin bileşkesinin bir dönme merkezine göre momenti, aynı noktaya göre momentlerinin cebirsel toplamına eşittir.

Yukarıda tanımı verilen teorem aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?

A) Cosinüs Teoremi
B) Lami-Sinüs Teoremi
C) İzdüşüm Yöntemi
D) Kuvvet Çifti Teoremi
E) Varignon Teoremi

6. **Şekilde yol kenarında meydana gelen toprak kaymalarına karşı istinat duvarı yapılmıştır. Toprağın istinat duvarına etki ettiği düzgün yayılı yük tekil olarak P kuvveti şeklinde gösterilmiştir. İstinat duvarının ağırlığı G = 2000 kg olduğuna göre istinat duvarının devrilmemesi için P kuvveti en fazla kaç kg olmalıdır?**

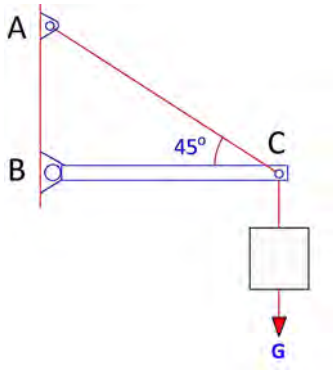


A) 500
B) 600
C) 800
D) 1000
E) 2000

7. **Bir O noktası ile F kuvveti arasındaki açı α ve kuvvetin O noktasına olan uzaklığı L kadardır. F kuvvetinin O noktasına göre momenti aşağıda verilen seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?**

A) F.L.Cosα B) F.L.Sinα C) 2F.L.Cosα D) F.L.Tanα E) 2F.L.Sinα

8. **G ağırlığında bir cisim, yatayla 45° açı yapan bir AC halatı ve yatay bir BC çubuğunun ucuna asılmıştır ve sistem dengededir. Halattaki gerilme kuvveti 200 kg olduğuna göre cismin G ağırlığı kaç kg olur?**



(BC çubuğu ağırlıksız kabul edilecektir.)

A) 381,30
B) 282,80
C) 221,70
D) 141,40
E) 70,70

9. **Bir cisme etki eden kuvvetlerin dengede olabilmesi için kuvvetlerin doğrultuları ne şekilde kesişmelidir?**

A) Aynı noktada
B) Orta noktada
C) Kesişme noktasında
D) Bitiş noktasında
E) Farklı noktada

10. Durumu değiştirilen cisim her zaman dengesini korur. Böyle dengede cismin ağırlık merkezi daima aynı yüksekliği korur.

Yukarıda tanımı verilen denge türü aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?

A) Kararlı denge
B) Dinamik denge
C) Statik denge
D) Kararsız denge
E) Bozulmaz denge

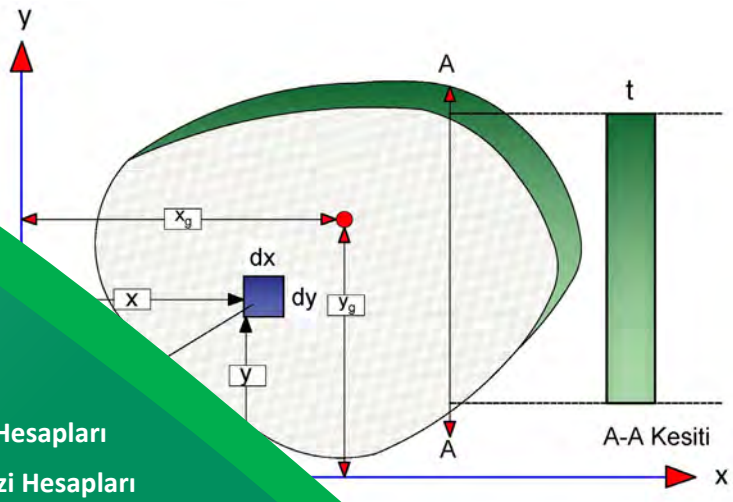
Ölçme Değerlendirme sorularını cevaplamayı tamamladıysanız kitabın sonunda verilen cevap anahtarından cevaplarınızı kontrol edebilirsiniz. Yanlış cevapladığınız soruları öğretmeninize sorunuz.

ÖĞRENME BİRİMİ

3. AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI

KONULAR

3.1. YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI
3.2. YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI UYGULAMASI
3.3. CİSİMLERİN VE YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI
3.4. BİRLEŞİK CİSİMLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI UYGULAMASI
3.5. YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI UYGULAMASI



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ ?

- Basit Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesapları
- Birleşik Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesapları
- Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesap Uygulamaları
- Basit Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi Hesapları
- Birleşik Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi Hesapları
- Birleşik Cisimlerin Ağırlık Merkezi Hesapları Uygulamaları
- Yapı Elemanları Ağırlık Merkezi Hesapları Uygulamaları

TEMEL KAVRAMLAR
ağırlık merkezi, basit geometrik şekiller, birleşik geometrik şekiller, cisimlerin ağırlık merkezleri, yapı elemanları ağırlık merkezleri, yüzeylerin ağırlık merkezleri

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

- Çevrenizde bulunan cisimlerin ve yapı elemanlarının geometrik yüzeylerini inceleyiniz.
- İncelediğiniz geometrik yüzeylerin ağırlık merkezlerini araştırınız ve bunları arkadaşlarınızla paylaşınız.

3.1. YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI

Statikte çok küçük bir alana etki eden birbirlerine paralel yayılı kuvvetlerin toplamı, o alanın merkezinde tek bir tekil kuvvet olarak göz önüne alınır. Bu durum cismin ağırlığı ile ifade edilir. Cismin her bir küçük parçasının ağırlığı dünya merkezine doğru yönelir. Dünya merkezine yönelen bu ağırlıklar ise paralel kuvvetleri oluşturur. Paralel konumdaki yayılı hâlde olan bu kuvvetlerin toplamı cismin ağırlığıdır. Bu ağırlık kuvvetinin cisme etkidiği nokta, o cismin ağırlık merkezidir.

Bir cismi oluşturan parçalara etki eden yerçekimi kuvvetlerinin cismin üzerinden geçtiği noktaya **ağırlık merkezi** denir.

Dünyanın bir cisme uyguladığı yerçekimi kuvveti o cismin ağırlığıdır. Bu kuvvet, cismin üzerine yayılmış çok sayıda kuvvet ile gösterilir ve bunların ağırlık kuvveti yani bileşkesi "W" ile gösterilir. Ağırlık merkezinin yeri "G" ile ifade edilir (Şekil 3.1). Cismin ağırlık merkezinin koordinatları (x, y, z) ve yüzeyin ağırlık merkezi koordinatları ise (x, y) şeklinde ifade edilir.

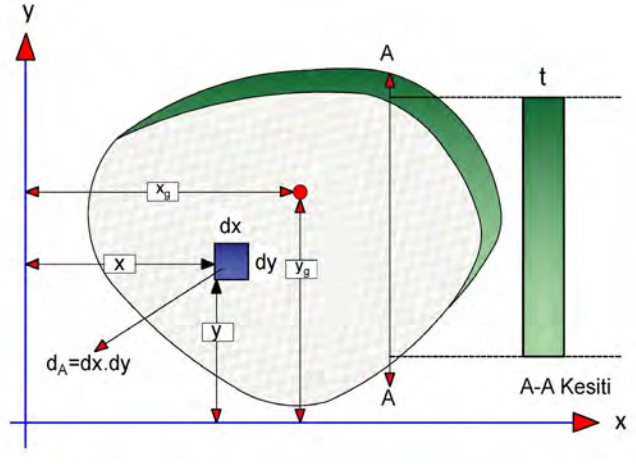


Şekil 3.1: Cismin ağırlığı ve ağırlık merkezi

3.1.1. Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesap Yöntemleri

Yüzeylerin ağırlık merkezleri noktaya göre statik moment ve eksene göre statik momentten faydalanılarak hesaplanır. Düzlem bir yüzeyin ağırlık merkezinin bir eksene uzaklığı ile yüzeyin alanının çarpımına yüzeyin **statik momenti** denir.

Alanı A, ağırlık merkezinin koordinatları x_g ve y_g olan düzlem bir yüzeyin statik momenti yandaki gibi hesaplanır (Şekil 3.2).



Şekil 3.2: Statik moment

y eksenine göre statik moment: $\mathbf{x_g.A}$
x eksenine göre statik moment: $\mathbf{y_g.A}$ bağıntılarıyla hesaplanır.

Şekil 3.2'de, x ve y eksenlere olan uzaklığı; dA, alansal diferansiyel elemanı göstermektedir. Eğer eksen yüzeyin ağırlık merkezinden geçiyorsa statik moment sıfır olur.

Birden fazla geometrik şekilden oluşması halinde yüzeylerin x ve y eksenlerine statik momentleri:
x eksenine göre $\mathbf{\Sigma x_g.A}$
y eksenine göre $\mathbf{\Sigma y_g.A}$ bağıntısıyla bulunur.

Basit geometrik yüzeylerin (kare, dikdörtgen, üçgen, daire, yarım daire, çeyrek daire vb.) ağırlık merkezlerinin koordinatları bu yüzeylerin x ve y eksenlerine olan geometrik merkezleridir. Homojen bir cismin kütle merkezi varsa simetri düzlem üzerindedir. Eğer birbirini kesen iki tane simetri düzlemi varsa simetri düzlemlerinin kesişme doğrusu üzerindedir. Bu doğruyu da kesen bir simetri düzlemi daha varsa o zaman doğrunun düzlemi kestiği nokta cismin kütle merkezidir.

Birleşik yüzeylerin ağırlık merkezi, birleşik yüzeyi oluşturan yüzeylerin x ve y (apsis, ordinat) eksenlerine olan uzaklıkları (koordinatları) ve bu yüzeylerin alanlarının birlikte kullanılması ile bulunur.

x eksenine göre ağırlık merkezi apsisi: $\mathbf{x_g = \frac{\Sigma\, x.A}{\Sigma\, A}}$

y eksenine göre ağırlık merkezi ordinatı: $\mathbf{y_g = \frac{\Sigma\, y.A}{\Sigma\, A}}$

x_g ve y_g bağıntılarında verilen parametreler olan statik momentler aşağıda verilen bağıntılarla hesaplanır.

$$\mathbf{\Sigma x.A = A_1.x_1 + A_2.x_2 + A_3.x_3 + ... A_n.x_n}$$

$$\mathbf{\Sigma y.A = A_1.y_1 + A_2.y_2 + A_3.y_3 + ... A_n.y_n}$$

$$\mathbf{\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 + ... A_n}$$

Yüzeylerin ağırlık merkezleri, basit geometrik şekilli yüzeyler (alanlar) ve birleşik şekilli yüzeyler olmak üzere iki grupta incelenir.

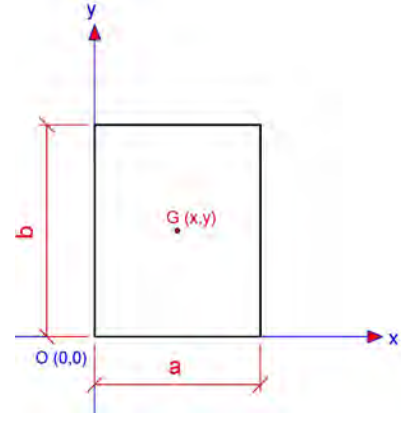
3.1.1.1. Basit Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezleri

Basit geometrik şekilli yüzeyler; kare, dikdörtgen, üçgen, daire, yarım daire, çeyrek daire gibi yüzeylerdir. Bu şekillerin ağırlık merkezlerinin koordinatları (x, y) ve alanları ile ilgili bağıntılar aşağıda verilmiştir.

Kare veya Dikdörtgenin Ağırlık Merkezi: Kare ve dikdörtgende ağırlık merkezi koordinatları x ve y eksenlerinin kesişim noktası O (0, 0) koordinatına göre kare veya dikdörtgenin kenar uzunluklarının orta noktalarıdır (Şekil 3.3).

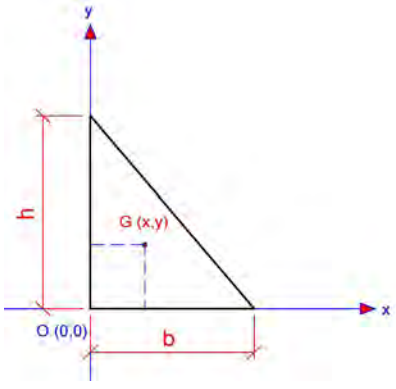
Kare ve dikdörtgenin ağırlık merkezi koordinatları

$$G(x,y) = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) \qquad \mathbf{A = a.b}$$

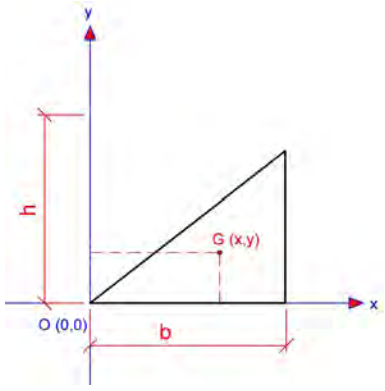


Şekil 3.3: Dikdörtgenin ağırlık merkezi

Üçgenin Ağırlık Merkezi: Üçgende ağırlık merkezi kenarları iki eşit parçaya bölen kenarortay uzunluklarının kesişim noktasıdır. Aşağıda verilen Şekil 3.4.a ve Şekil 3.4.b'de kenarortayların kesişim noktaları G(x,y) ile gösterilmiştir.



Şekil 3.4.a: Dik üçgenin ağırlık merkezi



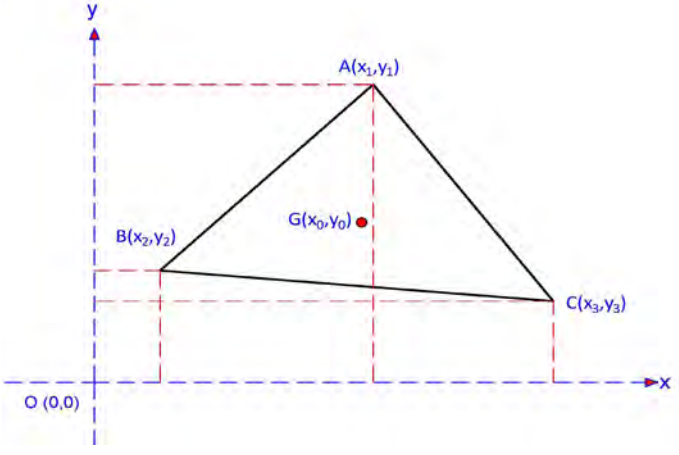
Şekil 3.4.b: Dik üçgenin ağırlık merkezi

Şekil 3.4.a'da görülen dik üçgenin ağırlık merkezi koordinatları $G(x,y)=(\frac{b}{3},\frac{h}{3})$

Şekil 3.4.b'de görülen dik üçgenin ağırlık merkezi koordinatları $G(x,y)=(\frac{2b}{3},\frac{h}{3})$

Şekil 3.4.a ve Şekil 3.4.b'de görülen üçgenlerin alanı; $A=\frac{b.h}{2}$ formülüyle hesaplanır.

Şekil 3.5'te verilen üçgenin A, B ve C köşe noktalarının koordinatları biliniyorsa üçgenin ağırlık merkezi koordinatları aşağıdaki gibi hesaplanır.



Şekil 3.5: Köşe noktalarının koordinatları bilinen çeşitkenar üçgenin ağırlık merkezi

$G(x_0,y_0)=(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ bağıntısıyla hesaplanır.

Çeşitkenar üçgenlerde alan; $A=\sqrt{U(U-a)(U-b)(U-c)}$ bağıntısıyla hesaplanır.

Bağıntıda verilen $U=\frac{a+b+c}{2}$ formülü ile hesaplanır.

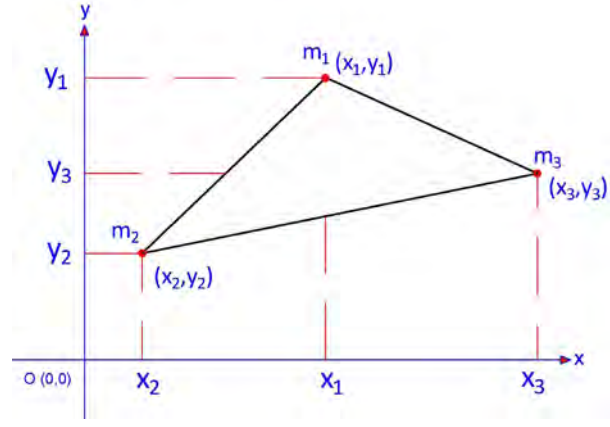
Şekil 3.6'da verilen m_1, m_2 ve m_3 kütleli cisimleri ele alırsak, bu üç kütle cisimlerin kütle merkezi bulundukları noktaları birleştiren üçgensel bölgenin içinde olacaktır.

Şekil 3.6'daki noktaların kütle merkezi (X_{KM} , Y_{KM}) olarak ifade edilirse cismin kütle merkezi

$$x_{KM} = \frac{m_1.x_1 + m_2.x_2 + m_3.x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{KM} = \frac{m_1.y_1 + m_2.y_2 + m_3.y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

bağıntıları ile hesaplanır.



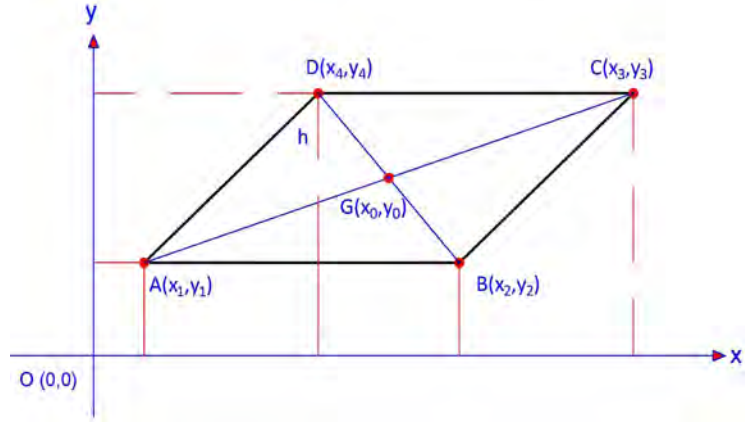
Şekil 3.6: m_1, m_2 ve m_3 kütleli cisimler ve koordinatları

Paralelkenarın Ağırlık Merkezi: Şekil 3.7'de verilen paralelkenarın A, B, C ve D köşe noktalarının koordinatları ve h yüksekliği biliniyorsa üçgenin alanı ve ağırlık merkezi koordinatları aşağıdaki gibi hesaplanır. Paralelkenarda, |DG| = |BG| ve |AG| = |CG| eşitliği söz konusudur.

Paralelkenarın alanı

A= |AB| . h

formülüyle hesaplanır.



Şekil 3.7: Köşe noktalarının koordinatları bilinen paralelkenarın ağırlık merkezi

Şekil 3.7'de verilen G (x_0, y_0) ağırlık merkezi koordinatları orta nokta bağıntısından

$$x_0 = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} \Rightarrow x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_3}{2} = \frac{y_2 + y_4}{2} \Rightarrow y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$ şeklinde ifade edilir.

Yani paralelkenarın karşılıklı köşelerinin apsisleri birbirine eşittir. Yine karşılıklı köşelerin ordinatları toplamı da birbirine eşittir. Bu özellikler; **dikdörtgen, eşkenar üçgen ve kare** için de geçerlidir.

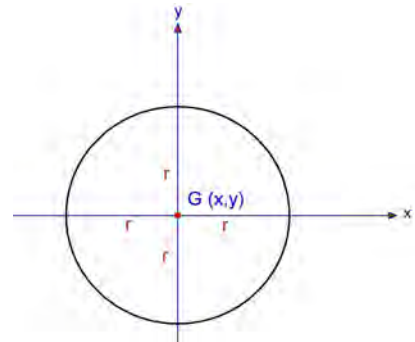
Dairenin Ağırlık Merkezi

Şekil 3.8'deki dairenin ağırlık merkezi koordinatları

x = 0
y = 0

G (0, 0) olur.

Dairenin alanı; **A= πr2**

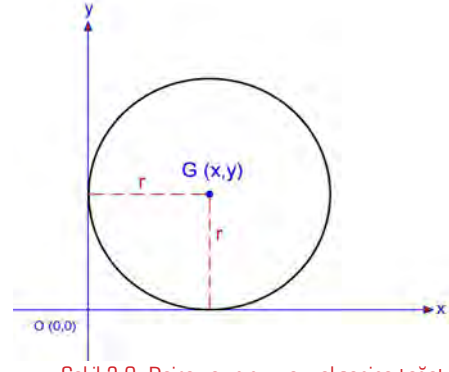


Şekil 3.8: Daire yayının x ve y ekseninin merkezinde olması durumunda ağırlık merkezi

Şekil 3.9'daki dairenin ağırlık merkezi koordinatları

x = r
y = r

G (r, r) olur.



Şekil 3.9: Daire yayının x ve y eksenine teğet olması durumunda ağırlık merkezi

Yarım Dairenin Ağırlık Merkezi

Şekil 3.10'daki yarım dairenin ağırlık merkezi koordinatları

x = 0

$y = \frac{4r}{3\pi}$ $G(0, \frac{4r}{3\pi})$ olur.

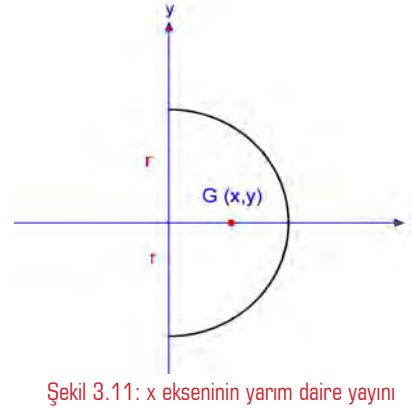
Yarım dairenin alanı; $A = \frac{\pi r}{2}$



Şekil 3.10: y ekseninin yarım daire yayını ortasından kesmesi ağırlık merkezi

Şekil 3.11'deki yarım dairenin ağırlık merkezi koordinatları

$x = \frac{4r}{3\pi}$ **y= 0** $G(0, \frac{4r}{3\pi})$ olur.



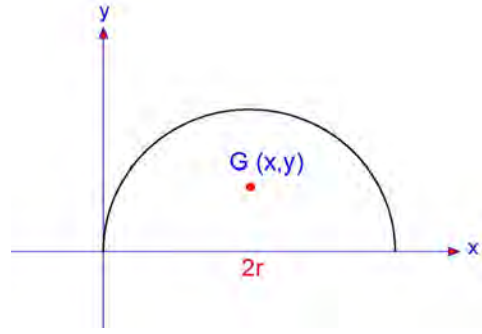
Şekil 3.11: x ekseninin yarım daire yayını ortasından kesmesi ağırlık merkezi

Şekil 3.12'deki yarım dairenin ağırlık merkezi koordinatları

$$x = r$$

$$y = \frac{4r}{3\pi}$$

$G(r, \frac{4r}{3\pi})$ olur.



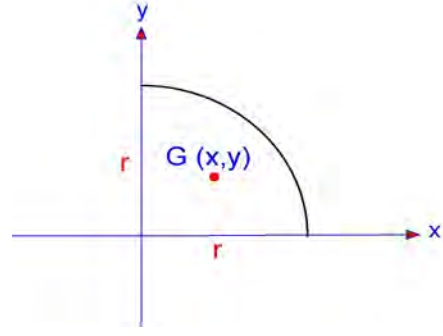
Şekil 3.12: Yarım daire yayının iki ucunun x eksenine oturması ağırlık merkezi

Çeyrek Dairenin Ağırlık Merkezi

Çeyrek dairenin ağırlık merkezi koordinatları

$x = \frac{4r}{3\pi}$ $y = \frac{4r}{3\pi}$ $G(\frac{4r}{3\pi}, \frac{4r}{3\pi})$ olur.

Çeyrek dairenin alanı $A = \frac{\pi r^2}{4}$

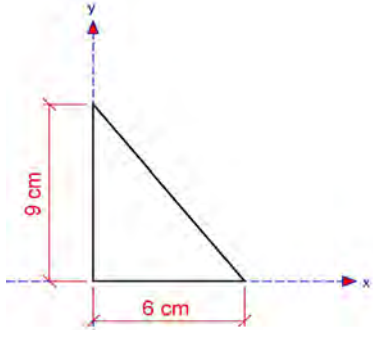


Şekil 3.13: Çeyrek dairenin ağırlık merkezi

3.1.1.2. Basit Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesapları

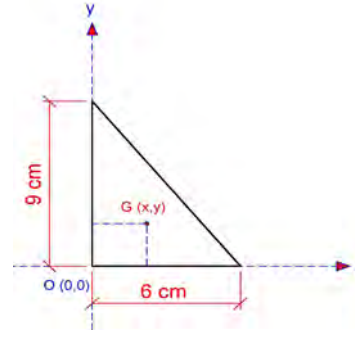
Basit yüzeylerin ağırlık merkezi hesapları ile ilgili çözümlü problemler aşağıda verilmiştir.

Problem: Şekil 3.14'te verilen dik üçgenin ağırlık merkezi koordinatlarını ve alanını hesaplayınız.



Şekil 3.14: Dik üçgen

Çözüm: Dik üçgende, b= 6 cm ve h = 9 cm'dir.



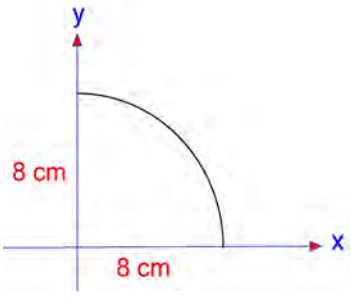
Şekil 3.15: Dik üçgenin ağırlık merkezi koordinatları

Ağırlık merkezi koordinatları ve alanı

$G(x,y) = (\frac{b}{3}, \frac{h}{3}) = (\frac{6}{3}, \frac{9}{3}) \Rightarrow \mathbf{G(x,y) = (2,3)}$ olur.

$A = \frac{b.h}{2} = \frac{6x9}{2} \Rightarrow \mathbf{A = 27\ cm^2}$ olur.

Problem: Şekil 3.16'da verilen çeyrek dairenin ağırlık merkezi koordinatlarını ve alanını hesaplayınız ($\pi = 3,14$ alınacaktır).



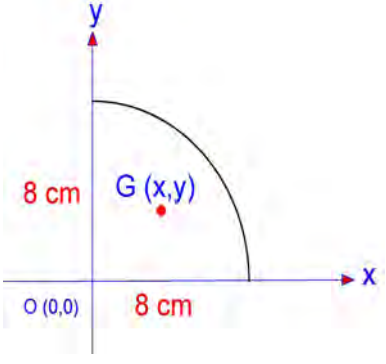
Şekil 3.16: Çeyrek daire

Çözüm: Şekil 3.17'de verilen çeyrek dairede, r = 8 cm'dir. Ağırlık merkezi koordinatları ve alanı

$$x = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4x8}{3x3,14} = \frac{32}{9,42} \Rightarrow x = 3,397\,cm \text{ bulunur.}$$

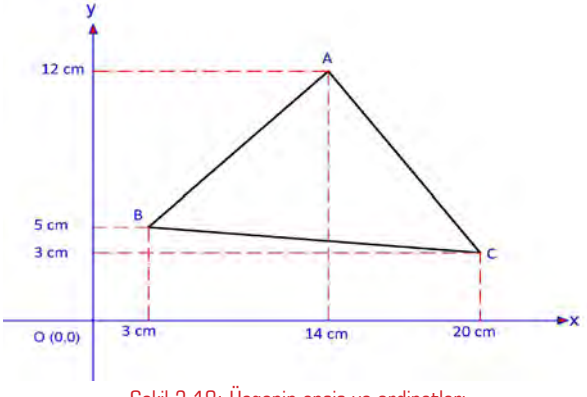
$$y = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4x8}{3x3,14} = \frac{32}{9,42} \Rightarrow y = 3,397\,cm \text{ bulunur.}$$

$$A = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3,14x8^2}{4} = \frac{200,96}{4} \Rightarrow A = 50,24\,cm^2 \text{ bulunur.}$$



Şekil 3.17: Çeyrek daire ağırlık merkezi koordinatları

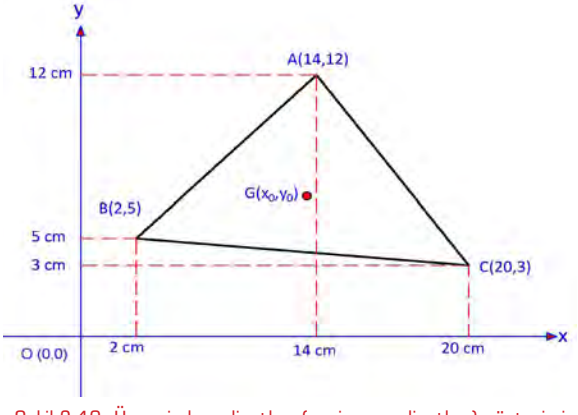
Problem: Şekil 3.18'de verilen üçgende A, B ve C noktasının koordinatlarını şekil üzerinde gösteriniz ve ABC üçgeninin ağırlık merkezi koordinatlarını hesaplayınız.



Şekil 3.18: Üçgenin apsis ve ordinatları

Çözüm: Üçgende A, B ve C noktalarının koordinatları Şekil 3.19'daki gibi çizilerek gösterilir.

Şekil 3.19'dan faydalanarak üçgenin ağırlık merkezi koordinatları



Şekil 3.19: Üçgenin koordinatları (apsis ve ordinatları) gösterimi

$$G(x_0, y_0) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right) = \left(\frac{14 + 2 + 20}{3}, \frac{12 + 5 + 3}{3}\right) \Rightarrow G(x_0, y_0) = (12; 6,67) \text{ bulunur.}$$

3.1.1.3. Bileşik Geometrik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi Hesapları

Birleşik geometrik yüzeylerin ağırlık merkezi koordinatları basit geometrik şekillerden oluşan yüzeylerin özellikleri kullanılarak hesaplanır.

Birleşik yüzeylerin ağırlık merkezi hesaplarında aşağıda verilen bağıntılar kullanılır.

Birleşik yüzeylerin x eksenine göre ağırlık merkezinin apsisi: $x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A}$

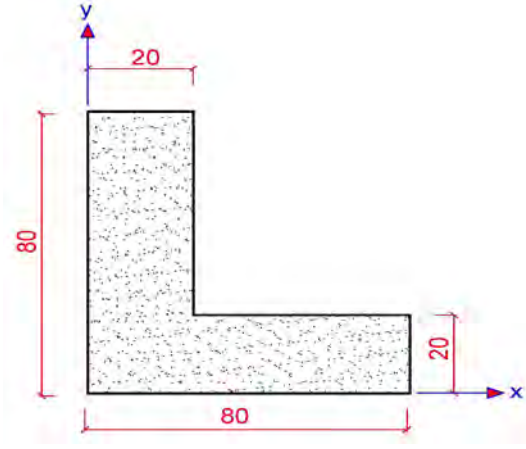
Birleşik yüzeylerin y eksenine göre ağırlık merkezi ordinatı: $y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A}$

Birleşik yüzeylerin koordinatları olan x_g ve y_g bağıntılarında verilen statik moment toplamları ve alan toplamı parametreleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Sigma x.A = A_1.x_1 + A_2.x_2 + A_3.x_3 + \ldots\ldots A_n.x_n$$
$$\Sigma y.A = A_1.y_1 + A_2.y_2 + A_3.y_3 + \ldots\ldots A_n.y_n$$
$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots\ldots A_n$$

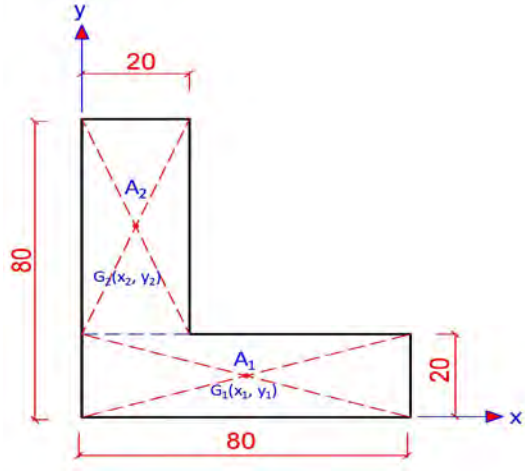
Bileşik yüzeylerde boşluk alanları olması durumunda, **boşluk alanları** (-) olarak alınır. Statik moment hesapları bu durum dikkate alınarak yapılır.

Problem: Şekil 3.20'de verilen birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız (Ölçüler cm olarak verilmiştir.).



Şekil 3.20: Birleşik geometrik yüzey

Çözüm: Şekil 3.20'de verilen birleşik geometrik yüzey Şekil 3.21'de olduğu gibi basit geometrik şekillere ayrılarak çizilir.



Şekil 3.21: Birleşik geometrik yüzeyin basit geometrik şekillere ayrılması

1. Yöntem: Birleşik geometrik yüzeyden Şekil 3.21'de olduğu gibi A_1 ve A_2 alanlarından, G_1 ve G_2 ağırlık merkezlerinden oluşan 2 dikdörtgen alan elde edilir. Bu durumda ağırlık merkezinin koordinatları aşağıda görüldüğü gibi hesaplanır.

$A_1 = 80x20 \Rightarrow A_1 = 1600\ cm^2$

$A_2 = 60x20 \Rightarrow A_2 = 1200\ cm^2$

$$G_1(x_1, y_1) = (\frac{80}{2}, \frac{20}{2}) \Rightarrow G_1(40,10)$$

$$G_2(x_2, y_2) = (\frac{20}{2}, 20 + \frac{60}{2}) \Rightarrow G_2(10,50)$$

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{x_1.A_1 + x_2.A_2}{A_1 + A_2} = \frac{40x1600 + 10x1200}{1600 + 1200} = \frac{64000 + 12000}{2800} = \frac{76000}{2800} \Rightarrow x_g = 27,14\ cm$$

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{y_1.A_1 + y_2.A_2}{A_1 + A_2} = \frac{10x1600 + 50x1200}{1600 + 1200} = \frac{16000 + 60000}{2800} = \frac{76000}{2800} \Rightarrow y_g = 27,14\ cm$$

Şekil 3.20'de verilen birleşik geometrik şekillerden oluşan yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatları;
G (x_g, y_g) = G (27,14; 27,14) bulunur.

2. Yöntem: Ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır, gerekli hesaplamalar aşağıdaki gibi yapılır.

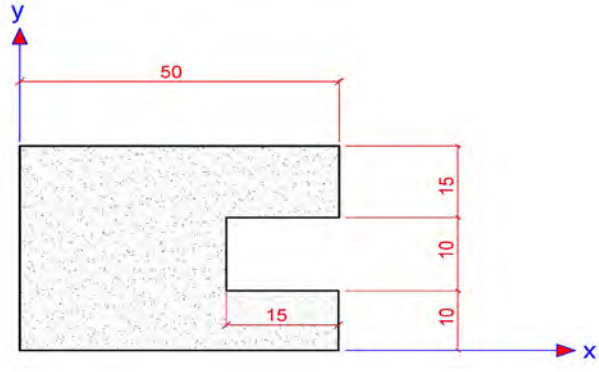
Şekil No ve Adı	Şekil	A (Alan)	x	y	A.x	A.y
(+) 1 no.lu parça dikdörtgen	A_1	80x20 = 1600 cm^2	$\frac{80}{2}$ = 40 cm	$\frac{20}{2}$ = 10 cm	64000	16000
(+) 2 no.lu parça dikdörtgen	A_2	60x20 = 1200 cm^2	$\frac{20}{2}$ = 10 cm	20 + $\frac{60}{2}$ = 50 cm	12000	60000
	Σ	**2800 cm^2**			**76000**	**76000**

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{76000}{2800} = x_g = 27,14\ cm$$

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{76000}{2800} \Rightarrow y_g = 27,14\ cm$$

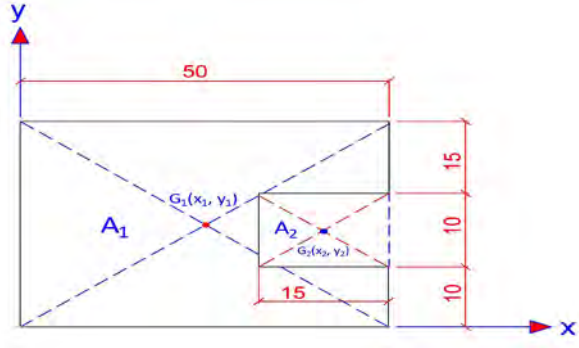
G (x_g, y_g) = G (27,14; 27,14) bulunur.

Problem: Şekil 3.22'de verilen birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız (Ölçüler cm olarak verilmiştir.).



Şekil 3.22: Birleşik geometrik yüzey

Çözüm: Şekil 3.22'de verilen birleşik geometrik yüzey Şekil 3.23'te olduğu gibi basit geometrik şekillere ayrılarak çizilir.



Şekil 3.23: Birleşik geometrik yüzeyin basit geometrik şekillere ayrılması

1. Yöntem: Birleşik geometrik yüzey Şekil 3.23'te olduğu gibi; A_1 ve A_2 alanları ile G_1 ve G_2 ağırlık merkezlerinden oluşmaktadır. A_1 dikdörtgeni yüzeyin tamamıdır. A2 dikdörtgen yüzeyi ise boşluk parçasını oluşturmaktadır.

$A_1 = 50x35 \Rightarrow \mathbf{A_1 = 1750\ cm^2}$
$A_2 = 15x10 \Rightarrow \mathbf{A_2 = 150\ cm^2}$

$$G_1(x_1, y_1) = (\frac{50}{2}, \frac{35}{2}) = \Rightarrow G_1(25; 17,5)$$

$$G_2(x_2, y_2) = (35 + \frac{15}{2}, 10 + \frac{10}{2}) = (35 + 7,5; 10 + 5) \Rightarrow G_2(42,5; 15)$$

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{x_1.A_1 - x_2.A_2}{A_1 - A_2} = \frac{25x1750 - 42,5x150}{1750 - 150} = \frac{43750 - 6375}{1600} = \frac{37375}{1600} \Rightarrow x_g = 23,36\ cm$$

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{y_1.A_1 - y_2.A_2}{A_1 - A_2} = \frac{17,5x1750 - 15x150}{1750 - 150} = \frac{30625 - 2250}{1600} = \frac{28375}{1600} \Rightarrow y_g = 17,74\ cm$$

Şekil 3.23'te verilen birleşik geometrik şekillerden oluşan yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatları

G (x_g, y_g) = G (23,36; 17,74) bulunur.

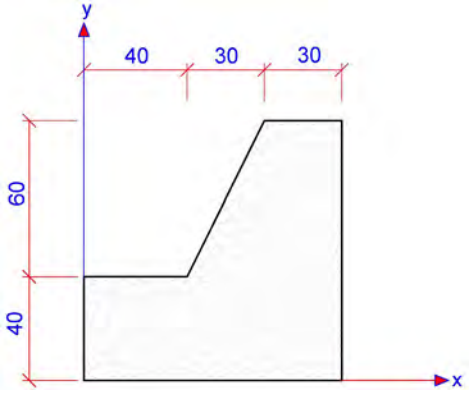
2. Yöntem: Ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır ve gerekli hesaplamalar aşağıda görüldüğü gibi yapılır. Çözümde dikkat edilmesi gereken boşluk olan parça (-) olarak alınır.

Şekil No ve Adı	Şekil	A (Alan)	x	y	A.x	A.y
(+) 1 no.lu parça dikdörtgen	A_1	50x35 = 1750 cm²	$\frac{50}{2}$ = 25 cm	$\frac{35}{2}$ = 17,5 cm	43750	30625
(-) 2 no.lu parça dikdörtgen	A_2	-15x10=-150 cm²	$35+\frac{15}{2}$ = 42,5 cm	$10+\frac{10}{2}$ = 15 cm	-6375	-2250
	Σ	**1600 cm²**			**37375**	**28375**

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{37375}{1600} \Rightarrow x_g = 23,36\,cm \qquad y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{28375}{1600} \Rightarrow y_g = 17,74\,cm$$

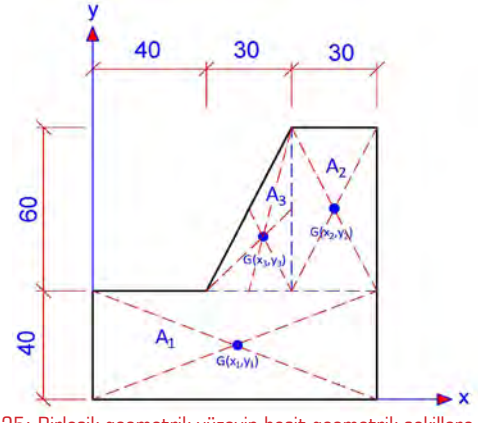
G (x_g, y_g) = G (23,36; 17,74) bulunur.

Problem: Şekil 3.24'te verilen birleşik geometrik yüzeylerden oluşan istinat duvarının ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız (Ölçüler cm olarak verilmiştir.).



Şekil 3.24: Birleşik geometrik yüzey

Çözüm: Şekil 3.24'te verilen birleşik geometrik yüzeylerden oluşan istinat duvarı Şekil 3.25'te olduğu gibi basit geometrik şekillere ayrılarak çizilir.



Şekil 3.25: Birleşik geometrik yüzeyin basit geometrik şekillere ayrılması

Birleşik geometrik yüzeyden Şekil 3.25'te olduğu gibi A_1, A_2 ve A_3 alanlarından, G_1, G_2 ve G_3 ağırlık merkezlerinden oluşan 2 dikdörtgen ve 1 üçgen alan elde edilir.

Ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır ve gerekli hesaplamalar yapılır.

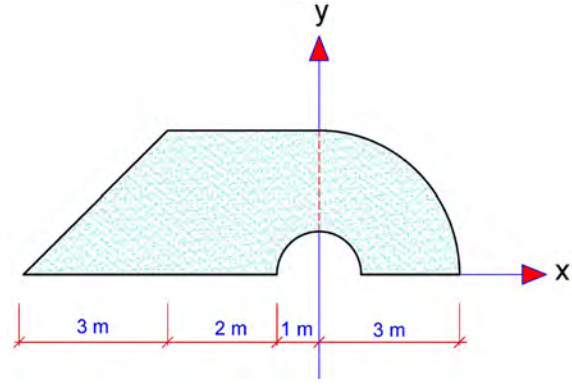
Şekil No ve Adı	Şekil	A (Alan)	x	y	A.x	A.y
(+) 1 no.lu parça dikdörtgen	A_1	40x100=4000 cm²	50 cm	20 cm	200000	80000
(+) 2 no.lu parça dikdörtgen	A_2	30x60 = 1800 cm²	(40+30+ 30/2) = 85 cm	40+(60/2) = 70 cm	153000	126000
(+) 3 no.lu parça üçgen	A_3	$\frac{30x60}{2}$ = 900 cm²	$40+\frac{2b}{3} = 40+\frac{2x30}{3} = 60$ cm	$40+\frac{h}{3} = 40+\frac{60}{3} = 60$ cm	54000	**54000**
	Σ	**6700 cm²**			**407000**	**260000**

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{407000}{6700} \Rightarrow x_g = 60,75\,cm$$

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{260000}{6700} \Rightarrow y_g = 38,81\,cm$$

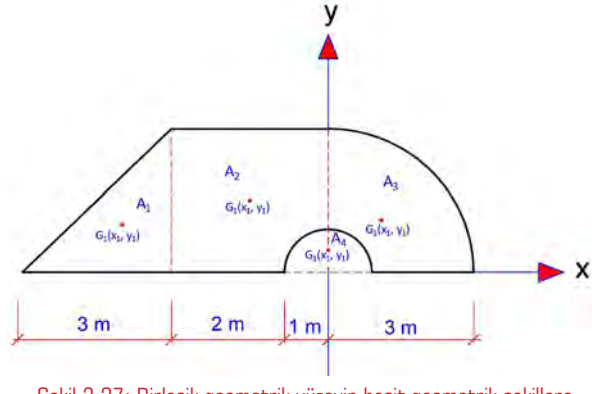
G (x_g, y_g) = G (60,75; 38,81) bulunur.

Problem: Şekil 3.26'da verilen birleşik geometrik yüzeyde y ekseni boşluk olan yarım dairenin ortasından geçmektedir. y ekseni ise şeklin tabanından geçmektedir. Birleşik geometrik şeklin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız.



Şekil 3.26: Birleşik geometrik yüzey

Çözüm: Şekil 3.26'da verilen birleşik geometrik yüzey Şekil 3.27'de olduğu gibi basit geometrik şekillere ayrılarak çizilir.



Şekil 3.27: Birleşik geometrik yüzeyin basit geometrik şekillere ayrılması

Birleşik geometrik yüzeyden Şekil 3.27'de olduğu gibi; A_1, A_2, A_3 ve A_4 alanlarından, G_1, G_2, G_3 ve G_4 ağırlık merkezlerinden oluşan A_1 alanı üçgen, A_2 Alanı kare, A_3 alanı çeyrek daire ve A_4 alanı yarım daire olan basit geometrik şekiller elde edilir.

Şekil 3.27'de görüldüğü gibi y ekseni yarım dairenin ortasından geçmektedir. y ekseninin solunda kalan kare ve üçgenin y eksenine olan ağırlık merkezi yatay uzaklıklarının işareti **(-)** alınır. y eksenin sağında kalan çeyrek dairenin y eksenine olan ağırlık merkezi yatay uzaklığının işareti **(+)** alınır. Yarım daire boşluk alanı ise x ekseni merkezinden geçtiğinden x eksenine olan uzaklığı **(0)** olacaktır.

Bu açıklamalar doğrultusunda birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır ve gerekli hesaplamalar yapılır.

Şekil No ve Adı	Şekil	A (Alan)	x	y	A.x	A.y
(+) 1 no.lu parça üçgen	A_1	(+) bxh/2 3x3/2 = 4,5 m^2	(-) -3/3- 2- 1 =-4 m	(+) 3/3 = 1 m	(-) -18	(+) 4.5
(+) 2 no.lu parça kare	A_2	(+) 3x3 = 9,0 m^2	(-) -3/2 =-1,5 m	(+) 3/2 = 1,5 m	(-) -13,5	(+) 13,5
(+) 3 no.lu parça çeyrek daire	A_3	(+) πxr2/4 = 3,14x32/4 = 7,07 m^2	(+) 4r/3π = 4x3/3x3,14 = 1,28	(+) 4r/3π=4x3/3x3,14= 1,28 m	(+) 9	(+) 9
(-) 4 no.lu parça yarım daire	A_4	(-) - πxr2/2 =- 3,14x12/2 =- 3,14 m^2	(+) 0	(+) 4r/3π = 4x1/3x3,14 = 0,43	(-) 0	(-) -0,67
	Σ	**17,43 m^2**			**-22,5**	**26,33**

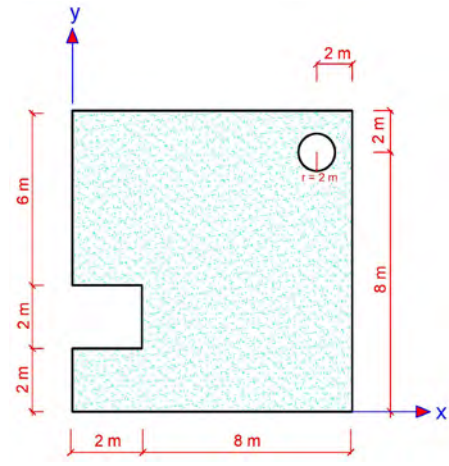
$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{-22.5}{17,43} \Rightarrow x_g = -1,29\,m$$

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{26,33}{17,43} \Rightarrow y_g = 1,17\,m$$

G (x_g, y_g) = G (-1,29; 1,17) bulunur.

SIRA SİZDE

Şekil 3.28'de verilen birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız?



Şekil 3.28: Birleşik geometrik yüzey

3.2. UYGULAMA YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI

8 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

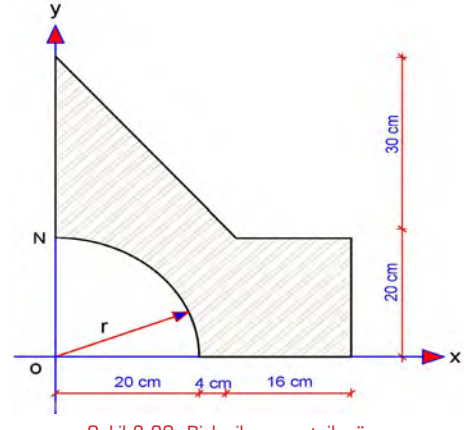
36147

Bu çalışmanın amacı, yüzeylerin ağırlık merkezleri hesaplama ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Yüzeylerin ağırlık merkezi hesap uygulamalarını, aşağıdaki işlem basamakları, Şekil 3.29'daki birleşik geometrik yüzeyi ve ölçülerini dikkate alarak öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 3.29'da görülen birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız.
- Şekil 3.29'da görülen birleşik geometrik yüzeyde x ekseninin N noktasına kaydırılması durumunda ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız.



Şekil 3.29: Birleşik geometrik yüzey

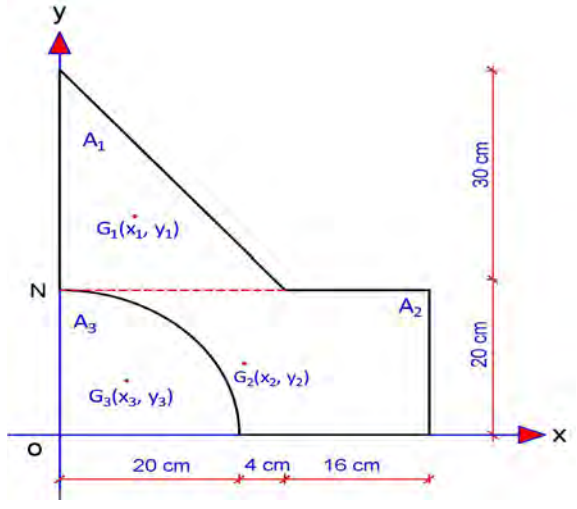
Yönerge

- **Çalışmanızda birleşik geometrik yüzeyi basit geometrik şekillere doğru ayırmaya dikkat ediniz.**
- **Ayırdığınız basit geometrik şekillerin x ve y eksenlerine göre ağırlık merkezi uzaklıklarını doğru bir şekilde almaya dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Uygulama kontrol listesinde bu ölçütleri daha net görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

Şekil 3.29'da görülen birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezi:

- Şekil 3.29'da verilen birleşik geometrik yüzey, Şekil 3.30'da görüldüğü gibi basit geometrik şekillere ayrılarak çizilir. Bu durumda A_1 üçgen, A_2 dikdörtgen ve A_3 çeyrek daireden oluşan basit geometrik şekiller elde edilir.
- Birleşik geometrik yüzeyin basit şekilleri üzerinde ağırlık merkezleri koordinatlarının yerleri gösterilir (Şekil 3.30).
- Birleşik geometrik yüzeyden A_1, A_2 ve A_3 alan adları, G_1, G_2 ve G_3 ağırlık merkezlerinin adları ve koordinatları yazılarak gösterilir (Şekil 3.30).



Şekil 3.30: Birleşik geometrik yüzeyin basit geometrik şekillere ayrılması

1. Yöntem:

- Basit şekillere ayrılan yüzeylerin alanları (A_1, A_2 ve A_3) hesaplanır.

$$A_1 = \frac{bxh}{2} = \frac{24x30}{2} \Rightarrow A_1 = 360\,cm^2$$

$$A_2 = axb = 20x40 \Rightarrow \mathbf{A_2 = 800\ cm2}$$

$$A_3 = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3,14x20^2}{4} \Rightarrow A_3 = -314\,cm^2$$

- Basit şekillere ayrılan yüzeylerin (G_1, G_2 ve G_3) x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatları hesaplanır.

$$G_1(x_1, y_1) = (\frac{24}{3}, 20 + \frac{30}{3}) = \Rightarrow G_1(8,30)$$

$$G_2(x_2, y_2) = (\frac{40}{2}, \frac{20}{2}) = \Rightarrow G_2(20,10)$$

$$G_3(x_3, y_3) = (\frac{4x20}{3x3,14}, \frac{4x20}{3x3,14}) = \Rightarrow G_3(8,5;8,5)$$

- Basit şekillere ayrılan yüzeylerin x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatları ile birleşik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatları hesaplanır.

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{x1.A_1 + x_2.A_2 - x_3.A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{8x360 + 20x800 - 8,5x314}{360 + 800 - 314} = \frac{2880 + 16000 - 2669}{846} = \frac{16211}{846}$$

x_g = 19,16 cm

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{y_1.A_1 + y_2.A_2 - y_3.A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{30x360 + 10x800 - 8,5x314}{360 + 800 - 314} = \frac{10800 + 8000 - 2669}{846} = \frac{16131}{846}$$

y_g = 19,06 cm

G (x, y) = (19,16; 19,06) bulunur.

2. Yöntem:

- Birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır ve gerekli hesaplamalar yapılır.

Şekil No. ve Adı	Şekil	A (Alan)	x	y	A.x	A.y
(+) 1 no.lu parça üçgen	A_1	(+) 24x30/2 = 360 cm²	(+) 24/3 = 8 cm	(+) 20+30/3=30 cm	(+) 2880	(+) 10800
(+) 2 no.lu parça dikdörtgen	A_2	(+) 20x40 = 800 cm²	(+) 40/2 = 20 cm	(+) 20/2 = 10 cm	(+) 16000	(+) 8000
(-) 3 no.lu parça çeyrek daire	A_3	(-) -πxr2/4= -3,14x202/4= - 314 m²	(+) 4x20/3π = 80/3x3,14 = 8,5 cm	(-) 4x20/3π = 80/3x3,14 = 8,5 cm	(-) -2669	(-) -2669
	Σ	**846 cm²**			**16211**	**16131**

- Tabloda bulunan statik moment toplamları ile alan toplamlarının oranlanmasıyla birleşik yüzeyin ağırlık merkezi koordinatları hesaplanır.

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{16211}{846} \Rightarrow x_g = 19,16\,cm$$

$$y_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{16131}{846} \Rightarrow y_g = 19,06\,cm$$

G (x_g, y_g) = G (19,16; 19,06) bulunur.

Şekil 3.29'da görülen birleşik geometrik yüzeyde x ekseninin N noktasına kaydırılması durumunda ağırlık merkezinin koordinatları:

- x ekseni Şekil 3.31'de görüldüğü gibi N noktasına kaydırılarak çizilir.



Şekil 3.31: Birleşik geometrik yüzeyde x eksenin N noktasına kaydırılması

- 1. Yöntem kullanılarak basit şekillere ayrılan yüzeylerin alanları (A_1, A_2 ve A_3) hesaplanır.

$$A_1 = \frac{bxh}{2} = \frac{24x30}{2} \Rightarrow A_1 = 360\,cm^2$$

A_2 = axb = 20x40 $\Rightarrow$ **A_2 = 800 cm²**

$$A_3 = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3,14x20^2}{4} \Rightarrow A_3 = -314\,cm^2$$ (Boşluk alanı olduğundan işareti negatif olur.)

- Basit şekillere ayrılan yüzeylerin (G_1, G_2 ve G_3) x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatları hesaplanır.

A_1 üçgeni x eksenin üstünde yani (+) bölgede olduğundan

$$G_1(x_1, y_1) = (\frac{24}{3}, \frac{30}{3}) \Rightarrow G_1(8,10)$$

A_2 dikdörtgeni x eksenin altında yani (-) bölgede olduğundan

$$G_2(x_2, y_2) = (\frac{40}{2}, -\frac{20}{2}) \Rightarrow G_2(20,-10)$$

A_3 çeyrek daire x eksenin altında yani (-) bölgede olduğundan

$$G_3(x_3, y_3) = (\frac{4x20}{3x3,14}, -\frac{4x20}{3x3,14}) \Rightarrow G_3(8,5;-8,5)$$

- Basit şekillere ayrılan yüzeylerin x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatları ile birleşik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatları hesaplanır.

$$x_g = \frac{\sum x.A}{\sum A} = \frac{x_1.A_1 + x_2.A_2 - x_3.A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{8x360 + 20x800 - 8,5x314}{360 + 800 - 314}$$

$$x_g = \frac{2880 + 16000 - 2669}{846} = \frac{16211}{846} \Rightarrow x_g = 19,16\,cm$$

$$y_g = \frac{\sum y.A}{\sum A} = \frac{y_1.A_1 + (-y_2.A_2) - (-y_3.A_3)}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{10x360 + (-10x800) - (-8,5x314)}{360 + 800 - 314}$$

$$y_g = \frac{3600 - 800 + 2669}{846} = \frac{5469}{846} \Rightarrow y_g = 6,46\,cm$$

G (x, y) = (19,16; 6,46) bulunur.

BİLGİ KUTUSU

Şekil 3.29'da verilen birleşik yüzeyin x ve y eksenlerine göre ağırlık merkezi koordinatları 1. ve 2. yöntem ile hesaplanmıştır. x ekseninin N noktasına kaydırılması ile oluşan yeni duruma göre 1. yöntem kullanılarak ağırlık merkezi koordinatları hesaplanmıştır.

x ekseninin N noktasına kaydırılması ile oluşan yeni duruma göre 2. yöntemi kullanarak 1. yöntemde bulunan ağırlık merkezi koordinatlarının doğruluk sağlamasını yapabilirsiniz.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
	Birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezi		
1	Verilen birleşik geometrik yüzeyi basit geometrik şekillere ayırarak çizdiniz mi?		
2	Birleşik geometrik yüzeyin basit şekilleri üzerinde ağırlık merkezleri koordinatlarının yerlerini gösterdiniz mi?		
3	Birleşik geometrik yüzeyden A_1, A_2 ve A_3 alan adları il G_1, G_2 ve G_3 ağırlık merkezlerinin adları ve koordinatlarını yazarak gösterdiniz mi?		
	1. Yöntem		
4	Basit şekillere ayrılan yüzeylerin alanlarını (A_1, A_2 ve A_3) hesapladınız mı?		
5	Basit şekillere ayrılan yüzeylerin (G_1, G_2 ve G_3) x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatlarını hesapladınız mı?		
6	Basit şekillere ayrılan yüzeylerin x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatları ile birleşik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesapladınız mı?		
	2. Yöntem		
7	Birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezi koordinatları hesabı için veriler pratik çözüm tablosuna aktararak gerekli hesaplamaları yaptınız mı?		
8	Tabloda bulunan statik moment toplamları ile alan toplamlarını oranlayıp birleşik yüzeyin ağırlık merkezi koordinatları hesapladınız mı?		
	Birleşik geometrik yüzeyde x ekseninin N noktasına kaydırılması durumunda ağırlık merkezinin koordinatları		
1	Birleşik geometrik yüzeyde N noktasına x eksenini kaydırılmış şekilde çizdiniz mi?		
2	Basit şekillere ayrılan yüzeylerin alanlarını (A_1, A_2 ve A_3) hesapladınız mı?		
3	Basit şekillere ayrılan yüzeylerin (G_1, G_2 ve G_3) x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatlarını hesapladınız mı?		
4	Basit şekillere ayrılan yüzeylerin x ve y eksenlerine olan uzaklıklarının koordinatları ile birleşik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatlarını hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	20	70	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

- Cisimlerin ve yapı elemanlarının geometrik şekillerini inceleyiniz.
- İncelediğiniz cisimlerin ve yapı elemanlarının ağırlık merkezleri ile ilgili gözlemlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız.

3.3. CİSİMLERİN VE YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI

Üç boyutlu sistemlerden oluşan cisimler çevrede sıkça görülmektedir. Eni, boyu ve yüksekliği olan tüm elemanlar cisim olarak adlandırılır. Örneğin yolda yürürken üzerine basılan kaldırım taşları, istinat duvarları ile ev, okul, hastane, iş hanı, alışveriş merkezi gibi yapılarda görülen kolonlar, perde duvarlar, kirişler, döşemeler, merdiven basamakları vb. yapı elemanları da cisimdir.

Cisimlerin ağırlık merkezi hesaplarında kullanılan üç boyutlu cisimler; küp, dikdörtgenler prizması, silindir, küre, piramit, koni, üçgen prizma gibi geometrik cisimlerdir.

Yapı elemanlarının ağırlık merkezi hesaplarında ise kolon, kiriş, döşeme, merdiven basamağı, beton kütle, temel, istinat duvarı gibi yapı elemanlarının ağırlık merkezlerinin hesaplanmasına ihtiyaç duyulmaktadır.

3.3.1. Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi Hesap Yöntemleri

Üç boyutlu cisimler aynı maddeden yapılmış ve kalınlıkları aynı ise ağırlıkları yerine hacimleri alınabilir. Eğer üç boyutlu cisim aynı maddeden oluşmuyorsa öz kütleleri ile de çarpımları sonucu ağırlıkları bulunur.

Kuvvet etkisi altındaki cisimlerin x, y, z eksenlerine göre toplam momentleri, bileşke ağırlığın bu eksenlere göre momentlerine eşittir. Bu durum parçaların ağırlık merkezi olarak adlandırılır. Kuvvet etkisi altındaki cisimlerin hareketini ise dinamik bilimi inceler. Bu durumlarda kütle merkezinin bulunduğu noktanın konumu belirlenmelidir. Konumun belirlenmesi ve ağırlık hesaplarında yer çekim ivmesi **g = 9,81 m/sn²** kullanılır. Ağırlık; **W = m.g** bağıntısıyla hesaplanır.

Örneğin; kütlesi 100 kg olan bir cismin ağırlığı: W = m.g bağıntısından;

W = 100x9,81 ⇒ **W = 981 kgm/sn²** olur. Bulunan ağırlık, **W = 981 Newton** olarak da ifade edilebilir.
Yapı elemanları da aynı maddeden üretilen yani homojen (betonarme, çelik, ahşap vb.) cisimlerdir. Cisimlerin ve yapı elemanlarının ağırlık merkezi hesaplarında hacim (V) ve koordinat düzleminde x, y, z eksenlerine olan uzaklıkları kullanılarak hesaplanır.

Binalarda inşa edilen kolon, kiriş, duvar, döşeme, merdiven, temel gibi yapı elamanları; istinat duvarı, baraj, bent gibi yapıların duvarlarının ağırlık merkezleri, atalet (eylemsizlik) momentleri hesaplanması, devrilme ve burkulma tahkiki hesaplarının yapılabilmesi açısından önem arz eder.

3.3.1.1. Basit Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi

Yapı elemanları da (kolon, kiriş, döşeme, merdiven basamağı, duvarlar, menfezler vb.) tek başına düşünüldüğünde basit geometrik cisimlerdir. Kesitleri kare ve dikdörtgen şeklinde olan yapı elemanları dikdörtgenler prizması şeklinde cisimdir. Yapı elemanının kesiti dairesel ise silindir şeklinde bir cisimdir. Bu örnekleri diğer yapı elemanlarının geometrik şekillerine göre düşünülerek adlandırılabilir.

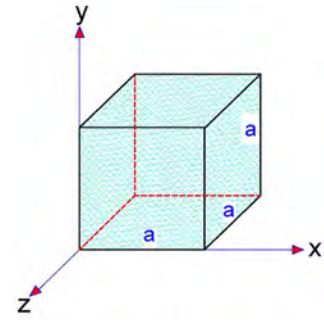
Cisimlerin ve cisim şeklinde olan yapı elemanlarının ağırlık merkezini ifade eden şekiller, hacimleri ve ağırlık aşağıda açıklanmıştır.

Küpün (Kare Kesitli Yapı Kütleleri) Ağırlık Merkezi: Küpün ağırlık merkezi x, y, z eksenleri üzerindeki uzunluklarının yarısı alınarak bulunur (Şekil 3.32).

$G(x_g, y_g, z_g) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ şeklindedir.

Küpün hacmi

V = a³ formülüyle hesaplanır.



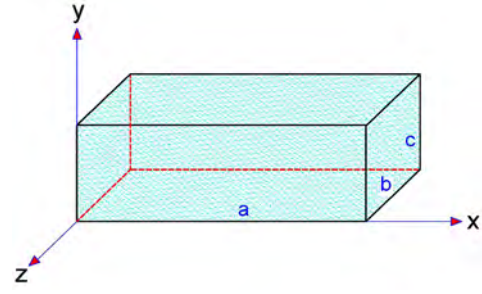
Şekil 3.32: Küpün x,y ve z eksenlerindeki ağırlık merkezi

Dikdörtgenler (Dikdörtgen Kesitli Yapı Elemanları) Prizmasının Ağırlık Merkezi: Dikdörtgenler prizmasının ağırlık merkezi x, y, z eksenleri üzerindeki uzunluklarının yarısı alınarak bulunur (Şekil 3.33).

$G(x_g, y_g, z_g) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ şeklindedir.

Dikdörtgenler prizmasının hacmi

V = a.b.c formülüyle hesaplanır.



Şekil 3.33: Dikdörtgenler prizmasının x,y ve z eksenlerindeki ağırlık merkezi

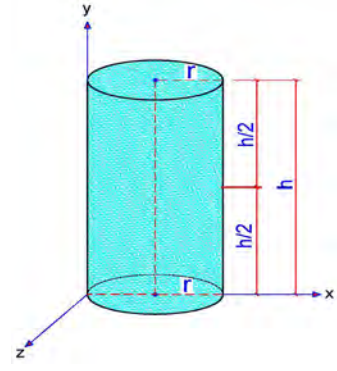
Silindirin (Kesiti Dairesel Yapı Elemanları) Ağırlık Merkezi:

Şekil 3.34'te verilen silindirin ağırlık merkezi koordinatları

$G(x_g, y_g, z_g) = (r, \frac{h}{2}, r)$ şeklindedir.

Silindirin hacmi

V = πr².h formülüyle hesaplanır.



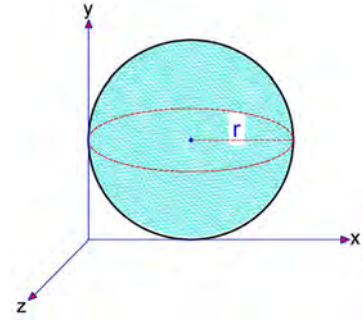
Şekil 3.34: Silindirin x, y ve z eksenlerindeki ağırlık merkezi

Kürenin (Çelik Uzay Kafes Sistem Bağlantı Küreleri) Ağırlık Merkezi:

Şekil 3.35'te verilen kürenin ağırlık merkezi koordinatları

G (x_g, y_g, z_g) = (r, r, r) şeklindedir.

Kürenin hacmi; $G = \frac{4}{3}\pi r^3$ formülüyle hesaplanır.



Şekil 3.35: Kürenin x, y ve z eksenlerindeki ağırlık merkezi

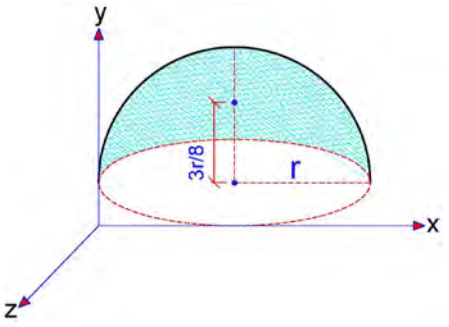
Yarım Kürenin (Çelik Uzay Kafes Sistem Bağlantı Küreleri) Ağırlık Merkezi:

Şekil 3.36'da verilen kürenin ağırlık merkezi koordinatları

$G(x_g, y_g, z_g) = (r, \frac{3r}{8}, r)$ şeklindedir.

Yarım kürenin hacmi

$V = \frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi r^3$ formülüyle hesaplanır.



Şekil 3.36: Yarım kürenin x, y ve z eksenlerindeki ağırlık merkezi

3.3.1.2. Birleşik Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi

Birleşik cisimlerin ağırlık merkezi G (x_g, y_g, z_g) koordinatları aşağıda verilen bağıntılarla hesaplanır.

x eksenine göre ağırlık merkezi apsisi: $x_g = \frac{\sum x.V}{\sum V}$

y eksenine göre ağırlık merkezi ordinatı: $y_g = \frac{\sum x.V}{\sum V}$

z eksenine göre ağırlık merkezi ordinatı: $z_g = \frac{\sum x.V}{\sum V}$

Birleşik cisimlerin ağırlık merkezi koordinatları olan x_g, y_g ve z_g bağıntılarında verilen parametreler aşağıdaki gibi hesaplanır.

$\Sigma x.V = V_1.x_1 + V_2.x_2 + V_3.x_3 + ... V_n.x_n$
$\Sigma y.V = V_1.y_1 + V_2.y_2 + V_3.y_3 + ... V_n.y_n$
$\Sigma z.V = V_1.z_1 + V_2.z_2 + V_3.z_3 + ... V_n.z_n$
$\Sigma V = V_1 + V_2 + V_3 + ... V_n$

Pappus Guldin Teoremleri:

İsviçreli Matematikçi ve Astronom **Paul Guldin** tarafından ele alınarak geliştirilen **Guldin** kurallarıdır. Bu kurallar ile dönel simetrik cisimlerin manto alanı ve hacimlerinin basit hesapları yapılır.

MS 300 yıllarında İskenderiyeli Pappus tarafından keşfedilen; kendi düzleminde bir eksen etrafında dönen bir düzlem figürünün ürettiği hacmin ve yüzeyin hesaplanması, Paul Guldin'e atfedilerek **Centrobaric** teoremleri ile formüle edilmiştir. Bu nedenle Pappus veya Pappus Guldin kuralları olarak adlandırılmıştır.

1. Kural

Bir düzlem eğrinin bir eksen etrafında dönmesi sonucu oluşan cismin manto (yüzey) alanı aşağıdaki basit yolla hesaplanır.

$A_{manto} = 2\pi . L . d_1$

L: Eğrinin uzunluğu

d_1: Eğrinin ağırlık merkezinin eksene mesafesi

2. Kural

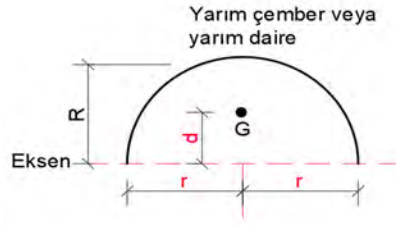
Bir düzlem alanın bir eksen etrafında dönmesi sonucu oluşan cismin hacmi aşağıdaki basit yolla hesaplanır.

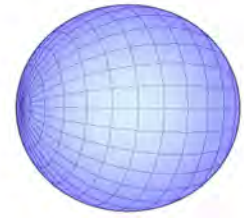
$$V = 2\pi \cdot A \cdot d_2$$

A: düzlem cismin alanı

d_2: alanın ağırlık merkezinin eksene mesafesi

Yarım çemberin yayının ekseni etrafında döndürülmesi ile kürenin yüzey alanının bulunması:





Şekil 3.37: Döndürme ile elde edilen küre

L= πr (Yarım çember uzunluğu)

$$\mathbf{d} = d_1 = \frac{2r}{\pi}$$ (Çemberin ağırlık merkezinin eksene mesafesi)

$A_{Yüzey} = 2\pi(\pi r)\,(2\,r/\pi) \Rightarrow \mathbf{A=4\pi r^2}$ (Kürenin yüzey alanı, Şekil 3.37)

Yarım dairenin ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan kürenin hacminin bulunması:

$A= \pi r^2/2$ (Yarım dairenin alanı)

$$\mathbf{d} = d_2 = \frac{4r}{3\pi}$$ (Yarım dairenin ağırlık merkezinin eksene mesafesi)

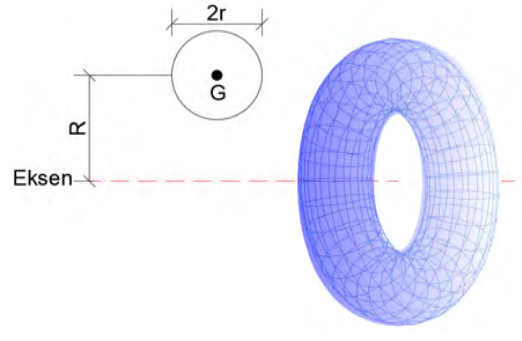
$$V= 2\pi(\pi r^2/2)\,(4r/3\pi) \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^2$$ (Kürenin hacmi)

Bir çemberin ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan Torus'un yüzey alanı ve hacminin bulunması:

$A_{Yüzey} = 2\pi.\ L\ .\ d_1 = 2\pi.\ 2\pi r\ .\ R \Rightarrow \mathbf{A_{Yüzey} = 4\pi^2 rR}$ (Torus yüzey alanı)

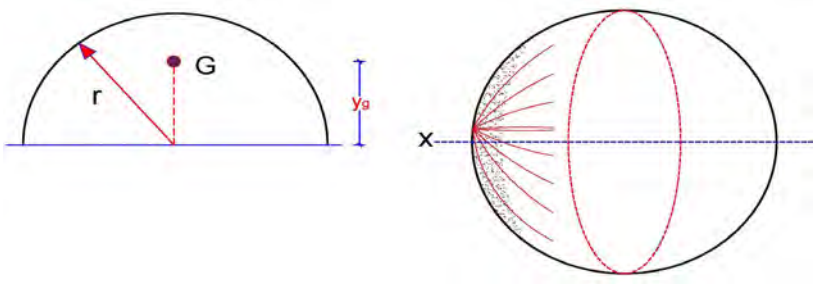
$V = 2\pi\ .\ \pi r^2\ .\ R \Rightarrow \mathbf{V= 2\pi^2\ .\ r^2\ .\ R}$ (Torus hacmi, Şekil 3.38)

Pappus-Guldinus Teoremleri, bazı geometrik şekillerin ağırlık merkezlerinin bulunmasında kullanılan uygun bir yöntemdir.



Şekil 3.38: Eksen etrafında döndürme ile elde edilen torus

Şekil 3.39'da verilen yarım çember yayının ağırlık merkezinin koordinatlarının bulunması:



Şekil 3.39: Yarım çember yayının ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin ağırlık merkezi

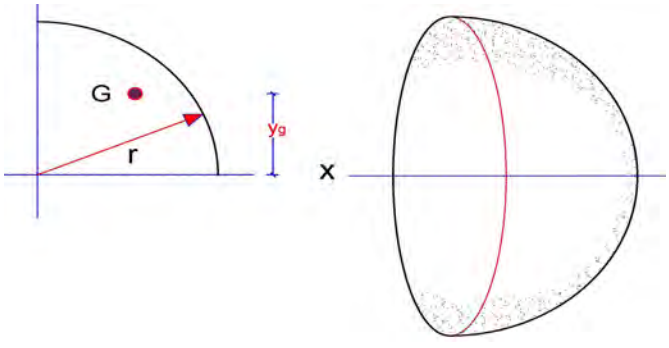
Pappus-Guldinus teoremine göre

$A = 2\pi \cdot L \cdot y_g$

Şeklin x-x ekseni etrafında dönmesi sonucu küre oluşur ve bu kürenin yüzey alanı

$A = 4\pi r^2$ dir. $4\pi r^2 = 2\pi \cdot \pi r \cdot y_g$ $y_g = \frac{2r}{\pi}$

Şekil 3.40'ta verilen dörtte bir (çeyrek) çember yayının ağırlık merkezi koordinatlarının bulunması:



Şekil 3.40: Çeyrek çember yayının ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin ağırlık merkezi

Şeklin x-x ekseni etrafında döndürülmesi ile yarım küre oluşur.

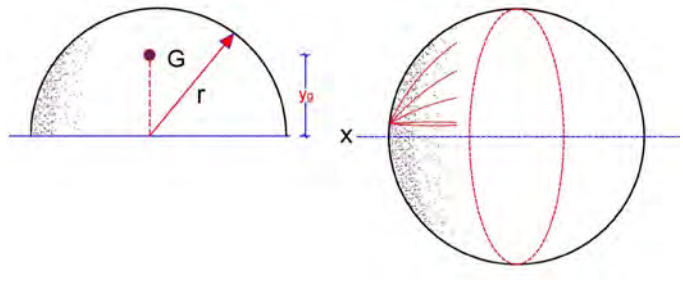
Pappus-Guldinus teoremine göre

$A = 2\pi \cdot L \cdot y_g$

$2\pi r^2 = 2\pi = \frac{1}{2}\pi r.y_g$

$y_g = \frac{2r}{\pi}$ bulunur. Şekil bir eğik simetri ekseni olduğundan **$x_g = y_g$** dir.

Şekil 3.41'de verilen yarım dairenin ağırlık merkezi koordinatlarının bulunması:



Şekil 3.41: Yarım dairenin ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin ağırlık merkezi

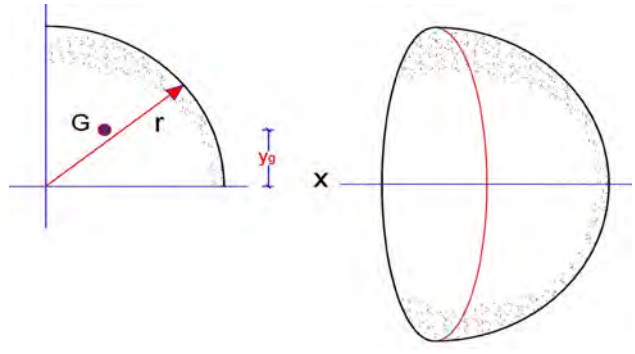
Pappus-Guldinus teoremine göre;

$V = 2\pi \cdot A \cdot y_g$

$\frac{4}{3}\pi^3 = 2\pi \cdot 1/2\ \pi r^2 \cdot y_g$

$y_g = \frac{4r}{3\pi}$ bulunur.

Şekil 3.42'de verilen çeyrek dairenin ağırlık merkezi koordinatlarının bulunması:



Şekil 3.42: Çeyrek dairenin ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin ağırlık merkezi

Pappus-Guldinus teoremine göre;

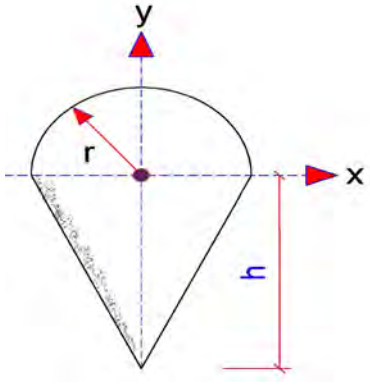
$V = 2\pi \cdot A \cdot y_g$ ve $\frac{1}{2},\frac{3}{4}\pi r^3 = 2\pi\frac{1}{4}\pi r^3.y_g$

$y_g = \frac{4r}{3\pi}$ bulunur. Şekil bir eğik simetri ekseni olduğundan $x_g = y_g$ dir.

3.3.2. Birleşik Cisimlerin ve Yapı Elemanlarının Ağırlık Merkezi Hesapları

Cisimlerin ağırlık merkezleri ile ilgili hesaplar aşağıda verilmiştir.

Problem: Şekil 3.43'te verilen birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezinin x ekseni üzerinde olabilmesi için ikizkenar üçgenin yüksekliği (h) ne kadar olmalıdır.



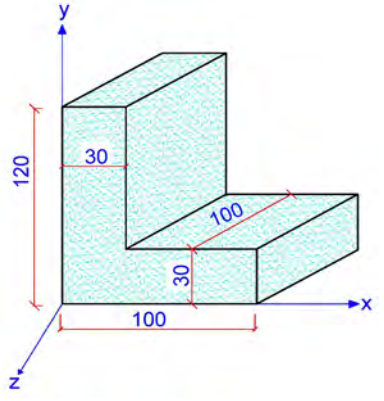
Şekil 3.43: İkizkenar üçgen ve yarım daireden oluşan birleşik yüzey

Çözüm: Yarım daire ve ikizkenar üçgenin alanlarına sırasıyla A_1 ve A_2, ağırlık merkezlerinin x eksenine olan uzaklıkları y_1 ve y_2 olarak adlandırılırsa

$A_1 . y_1 = A_2 . y_2$ olmalıdır.

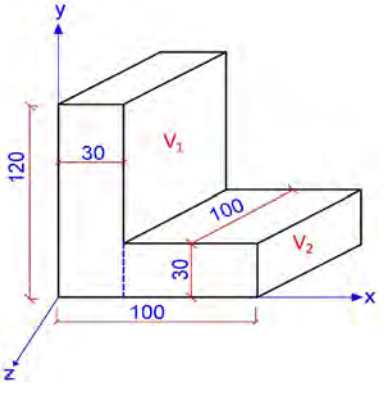
O halde $\frac{1}{2}\pi r^2 . \frac{4r}{3\pi} = \frac{2r.h}{2} . \frac{h}{2}$ şeklinde yazılır. Buradan **h = 1,41r** bulunur.

Problem: Şekil 3.44'te verilen birleşik geometrik cismin (perde duvar ve döşeme sistemi kesiti perspektif görünümü) ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz.



Şekil 3.44: Birleşik geometrik cisim

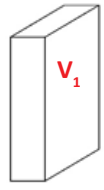
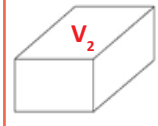
Çözüm: Şekil 3.44'te verilen birleşik geometrik cisim Şekil 3.45'te olduğu gibi basit geometrik cisimlere ayrılır.



Şekil 3.45: V_1 ve V_2 hacimli basit geometrik cisimlere ayrılması

Birleşik geometrik cisim Şekil 3.45'te olduğu gibi V_1 ve V_2 hacimlerinden, G_1 ve G_2 ağırlık merkezlerinden oluşan 2 dikdörtgenler prizmasından oluşan hacimler elde edilir.

Ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır ve gerekli hesaplamalar yapılır.

Şekil No ve Adı	Şekil	V (Hacim)	x	y	z	V.x	V.y	V.z
(+) 1 no.lu cisim dikdörtgenler prizması (Perde duvar)		360000	15	60	50	$54x10^5$	$216x10^5$	$180x10^5$
(+) 2 no.lu cisim dikdörtgenler prizması (Döşeme)		210000	65	15	50	$1365x10^4$	$315x10^4$	$105x10^5$
	Σ	**$57x10^4$**				**$1905x10^4$**	**$2475x10^4$**	**$285x10^5$**

$$x_g = \frac{\sum x.V}{\sum V} = \frac{19050000}{570000} \Rightarrow x_g = 33,42\,cm \qquad y_g = \frac{\sum y.V}{\sum V} = \frac{24750000}{570000} \Rightarrow y_g = 43,42\,cm$$

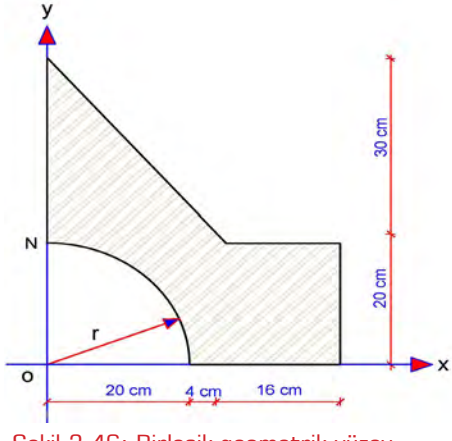
$$z_g = \frac{\sum z.V}{\sum V} = \frac{28500000}{570000} \Rightarrow z_g = 50\,cm$$

$G(x_g, y_g, z_g) = G(33,42; 43,42; 50)$ bulunur.

Problem: Şekil 3.46'da verilen birleşik geometrik yüzeyin x ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmini (V_x) ve y ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan dönel cisimin hacmini (V_y) hesaplayınız.

Ağırlık merkezi koordinatları:
$G(x_g, y_g) = G(19,16; 19,06)$

Birleşik geometrik yüzeyin toplam alanı:
$\Sigma A = 846\ cm^2$



Şekil 3.46: Birleşik geometrik yüzey

Çözüm: Birleşik geometrik yüzeyin ağırlık merkezinin koordinatları hesaplandıktan sonra yüzeyin x ve y ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşacak dönel cisimlerin hacimleri olan V_x ve V_y Pappus Guldin Teoremi ile hesaplanır.

Ağırlık merkezi koordinatları:
$G(x_g, y_g) = G(19,16; 19,06)$

Birleşik geometrik yüzeyin toplam alanı:
$\Sigma A = 846\ cm^2$

Bu veriler doğrultusunda Pappus Guldin teoreminden:

$V_x = 2\pi . A . y_g = 2x3,14x846x19,06$

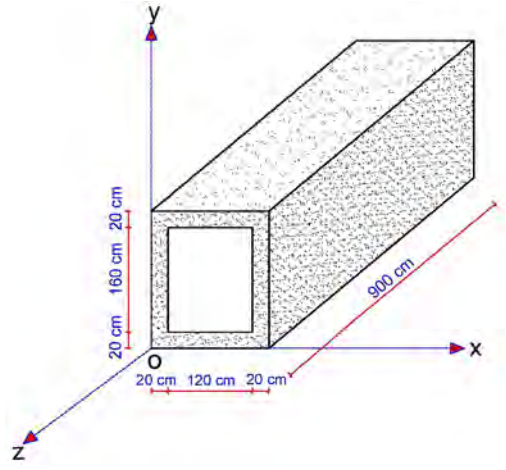
$V_x = 101263,49\ cm^3$

$V_y = 2\pi . A . x_g = 2x3,14x846x19,16$

$V_y = 101794,78\ cm^3$

SIRA SİZDE

Şekil 3.47'de ölçüleri verilen betonarme dikdörtgen kesitli kutu menfezin ağırlık merkezi koordinatlarını hesaplayınız?



Şekil 3.47: Kutu menfez

3.4. UYGULAMA BİRLEŞİK CİSİMLERİN AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI

7 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

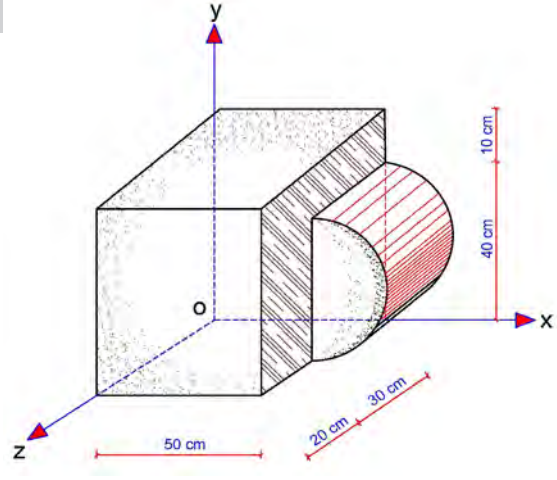
36148

Bu çalışmanın amacı, cisimlerin ağırlık merkezleri hesapları ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Cisimlerin ağırlık merkezi hesap uygulamalarını, aşağıdaki işlem basamakları ve Şekil 3.48'de verilen birleşik geometrik cismin ölçülerini dikkate alarak öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 3.48'de görülen birleşik geometrik cismin ağırlık merkezi koordinatlarını hesaplayınız.



Şekil 3.48: Küp ve yarım silindirden oluşan birleşik geometrik cisim

Yönerge

- **Çalışmanızda birleşik geometrik cismi basit geometrik şekillerden oluşan cisimlere ayırırken ölçüleri doğru almaya ve işlemleri hatasız yapmaya dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Uygulama kontrol listesinde bu ölçütleri daha net görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Şekil 3.48'de görülen küp ve yarım silindirin hacimleri hesaplanır.

Küpün hacmi: $V_1 = a^3 = 50^3 = 125000\ cm^3$

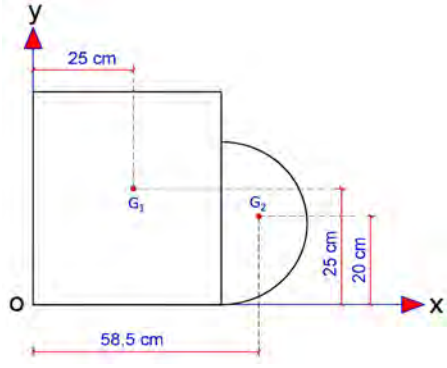
Yarım silindirin hacmi: $v_2 = \frac{1}{2}\pi r^2 h = \frac{1}{2}$ x 3,14 x 20^2 x 30 = 18840 cm^3

- Şekil 3.48'de verilen birleşik geometrik cismin sol yan ve üst görünüşleri Şekil 3.49 ve Şekil 3.50'de görüldüğü gibi ayrılarak çizilir.
- Ağırlık merkezlerinin x ve y eksenlerine olan uzaklıkları hesaplanarak görünüşler üzerinde gösterilir.

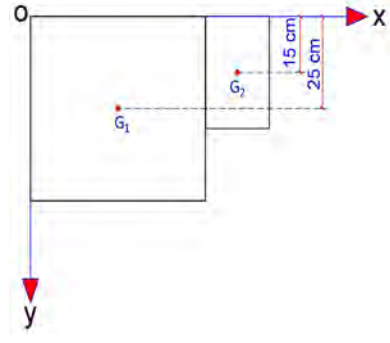
1 no.lu parça küp: $x_1 = \frac{50}{2} = 25\,cm$; $y_1 = \frac{50}{2} = 25\,cm$; $z_1 = \frac{50}{2} = 25\,cm$

2 no.lu parça yarım silindir: $x_2 = 50 + \frac{4r}{3\pi} = 50 + \frac{4x20}{3x3,14} = 58,5\,cm; y_2 = \frac{40}{2} = 20\,cm; z_2 = \frac{30}{2} = 15\,cm$

- Sol yan görünüş ve üst görünüş üzerinde ağırlık merkezlerinin yeri ve uzaklıkları gösterilir.

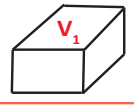
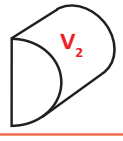


Şekil 3.49: Birleşik geometrik cismin sol yan görünüşü



Şekil 3.50: Birleşik geometrik cismin ön görünüşü

- Ağırlık merkezi koordinat verileri pratik çözüm tablosuna aktarılır ve gerekli hesaplamalar yapılır.

Şekil No ve Adı	Şekil	V (Hacim)	x	y	z	V.x	V.y	V.z
(+) 1 no.lu cisim küp		125000	25	25	25	3125000	3125000	3125000
(+) 2 no.lu cisim yarım silindir		18840	58,5	20	15	1102140	376800	282600
	Σ	**143840**				**4227140**	**3501800**	**3407600**

- Birleşik cismin ağırlık merkezinin koordinatları statik momentlerin toplamlarının hacimlerin toplamına oranlanmasıyla hesaplanır.

$$x_g = \frac{\sum x.V}{\sum V} = \frac{4227140}{143840} \Rightarrow x_g = 29,39\,cm \qquad y_g = \frac{\sum y.V}{\sum V} = \frac{3501800}{143840} \Rightarrow y_g = 24,40\,cm$$

$$z_g = \frac{\sum z.V}{\sum V} = \frac{3407600}{143840} \Rightarrow z_g = 23,69\,cm$$

G (x_g, y_g, z_g) = G (29,39; 24,40; 23,69) bulunur.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Şekil 3.48'de görülen küp ve yarım silindirin hacimlerini hesapladınız mı?		
2	Şekil 3.48'de verilen birleşik geometrik cismin sol yan ve üst görünüşleri Şekil 3.49 ve Şekil 3.50'de görüldüğü gibi ayırarak çizdiniz mi?		
3	Ağırlık merkezlerinin x ve y eksenlerine olan uzaklıkları hesaplanarak görünüşler üzerinde gösterdiniz mi?		
4	Sol yan ve üst görünüş üzerinde ağırlık merkezlerinin yerini ve uzaklıklarını gösterdiniz mi?		
5	Ağırlık merkezi koordinatlarını hesaplayıp pratik çözüm tablosuna verileri aktarıp ve gerekli hesaplamaları yaptınız mı?		
6	Birleşik cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını, statik momentlerin toplamları ile hacimlerin toplamına oranlayarak hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	20	70	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

3.5. UYGULAMA YAPI ELEMANLARININ AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI

1 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

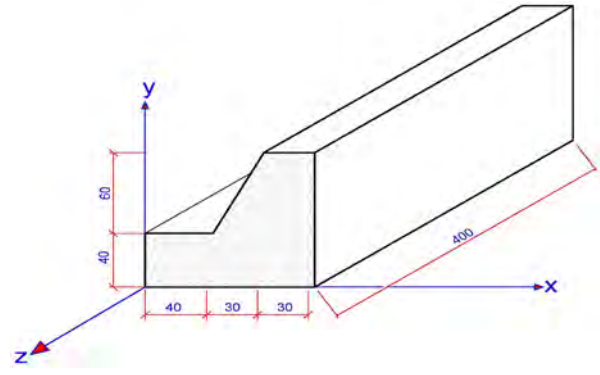
36149

Bu çalışmanın amacı, yapı elemanları ağırlık merkezleri hesapları ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

İstinat duvarı ağırlık merkezi hesap uygulamasını, aşağıdaki işlem basamakları ve Şekil 3.51'deki ölçüleri dikkate alarak öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 3.51'de görülen istinat duvarının ağırlık merkezi koordinatlarını hesaplayınız.



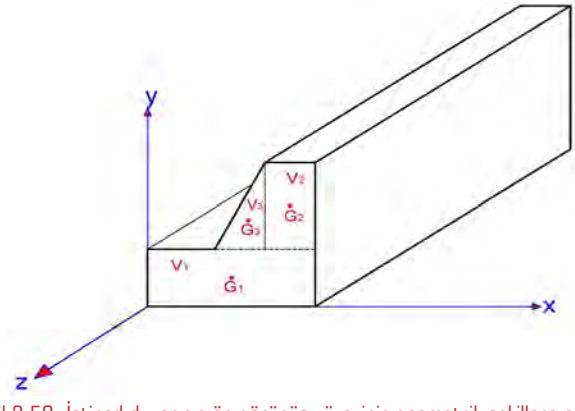
Şekil 3.51: İstinad duvarı

Yönerge

- **Çalışmanızda istinat duvarını oluşturan geometrik cisimlere ve ölçülerini doğru almaya dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Uygulama kontrol listesinde bu ölçütleri daha net görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Şekil 3.51'de görülen istinat duvarının ön görünüş yüzeyi üzerinde Şekil 3.52'de görüldüğü gibi geometrik şekillere ayrılır ve ağırlık merkezinin yerleri gösterilir.



Şekil 3.52: İstinad duvarının ön görünüş yüzeyinin geometrik şekillere ayrılması

- Şekil 3.52'de görülen istinat duvarının ön görünüş yüzeyi üzerinde 1 no.lu parça dikdörtgen kesitli olması nedeniyle dikdörtgenler prizması, 2 no.lu parça dikdörtgen kesitli olması nedeniyle dikdörtgenler prizması, 3 no.lu parça üçgen kesitli olduğundan üçgen prizmanın hacimleri hesaplanır.

1 no.lu cisim parçası dikdörtgenler prizmasının hacmi: $V_1 = a.b.c = 40 \times 100 \times 400 = 1600000\ cm^3$

2 no.lu cisim parçası dikdörtgenler prizmasının hacmi: $V_2 = a.b.c = 30 \times 60 \times 400 = 720000\ cm^3$

3 no.lu cisim parçası üçgen prizmanın hacmi: $V_3 = \frac{1}{2}.a.b.L = \frac{1}{2} x\, 30 \times 60 \times 400 = 360000\ cm^3$

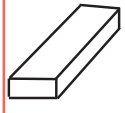
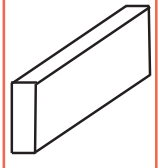
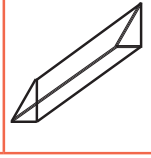
- Cisimlerin ağırlık merkezlerinin x, y ve z eksenlerine olan uzaklıkları hesaplanır.

1 no.lu parça dikdörtgen kesit: $x_1 = \frac{100}{2} = 50\,cm\,;\ y_1 = \frac{40}{2} = 20\,cm\,;\ z_1 = \frac{400}{2} = 200\,cm$

2 no.lu parça dikdörtgen kesit: $x_2 = 70 + \frac{30}{2} = 85\,cm; y_2 = 40 + \frac{60}{2} = 70\,cm; z_2 = \frac{400}{2} = 200\,cm$

3 no.lu parça üçgen kesit: $x_3 = 40 + \frac{2x30}{3} = 60\,cm; y_3 = 40 + \frac{60}{3} = 60\,cm; z_3 = \frac{400}{2} = 200\,cm$

- Ağırlık merkezi koordinatlarının hesabı pratik çözüm tablosuna veriler aşağıdaki gibi aktarılır ve gerekli hesaplamalar yapılır.

Şekil No ve Adı	Şekil	V (Hacim)	x	y	z	V.x	V.y	V.z
(+) 1 no.lu cisim dikdörtgenler prizması		1600000	50	20	200	$8x10^7$	$32x10^6$	$32x10^7$
(+) 2 no.lu cisim dikdörtgenler prizması		720000	85	70	200	$612x10^5$	$504x10^5$	$144x10^6$
(+) 3 no.lu cisim üçgen prizma		360000	60	60	200	$216x10^5$	$216x10^5$	$72x10^6$
	Σ	**2680000**				**$1628x10^5$**	**$104x10^6$**	**$536x10^6$**

- Geometrik cisimlerden oluşan istinat duvarının ağırlık merkezinin koordinatları, statik momentlerin toplamlarının hacimlerin toplamına oranlanmasıyla hesaplanır.

$$x_g = \frac{\sum x.V}{\sum V} = \frac{162800000}{2680000} \Rightarrow x_g = 60,74\,cm \qquad y_g = \frac{\sum y.V}{\sum V} = \frac{104000000}{2680000} \Rightarrow y_g = 38,81\,cm$$

$$z_g = \frac{\sum z.V}{\sum V} = \frac{536000000}{2680000} \Rightarrow z_g = 200\,cm$$

İstinat duvarı ağırlık merkezinin koordinatları: **G (x_g, y_g, z_g) = G (60,74; 38,81; 200)** bulunur.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	İstinat duvarını ön görünüş yüzeyi üzerinde geometrik şekillere ayırıp ağırlık merkezi yerlerini gösterdiniz mi?		
2	İstinat duvarının 2 dikdörtgenler prizması ve 1 üçgen prizma parçasından oluşan hacimlerini hesapladınız mı?		
3	Cisimlerin ağırlık merkezlerinin x, y ve z eksenlerine olan uzaklıklarını hesapladınız mı?		
4	Ağırlık merkezi koordinatlarını pratik çözüm tablosuna verilerini aktarıp gerekli hesaplamaları yaptınız mı?		
5	Birleşik cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını, statik momentlerin toplamları ile hacimlerin toplamına oranlayarak hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	20	70	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

3. ÖĞRENME BİRİMİ NOTLARIM

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI

Aşağıda verilen çoktan seçmeli test maddelerinden oluşan soruları cevaplayınız.

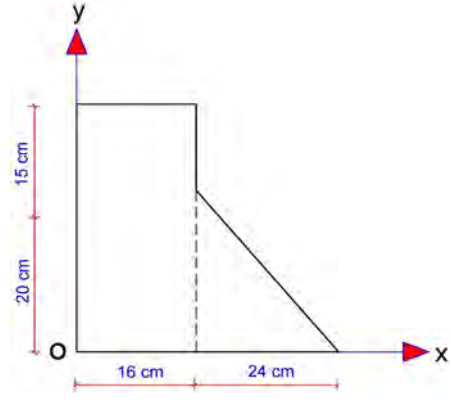
1. Bir cismi meydana getiren küçük parçacıklara etki eden yer çekimi kuvvetlerinin bileşkesinin, cisim üzerindeki uygulama noktasına o cismin …..... denir.

Yukarıda boşluk bırakılan noktalı yere aşağıdaki seçeneklerde verilenlerden hangisi gelmelidir?

A) Denge merkezi
B) Statik merkezi
C) Ağırlık merkezi
D) Yerçekimi kuvveti
E) Dinamik merkezi

2. **Şekilde verilen birleşik geometrik yüzeylerden oluşan şeklin ağırlık merkezi (x_g, y_g) koordinatlarını bulunuz.**

A) (6,66; 17,50)
B) (12,80; 14,25)
C) (13,46; 15,58)
D) (20,25; 18,45)
E) (27,48; 26,64)



3. **Üçgenin ağırlık merkezi aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?**

A) Üçgenin orta noktası
B) Üçgenin kenar noktaları
C) Üçgenin açıortaylarının kesişim noktası
D) Üçgenin kenarortaylarının kesişim noktası
E) Üçgenin uzun kenarının orta noktası

4. **Bir düzlem eğrinin bir eksen etrafında dönmesi sonucu oluşan cismin manto (yüzey) alanı aşağıda verilen hangi bağıntıyla hesaplanır?**

A) $2\pi \cdot A \cdot d^2$
B) $2\pi^2 \cdot r^2 \cdot R$
C) $2\pi \cdot L \cdot d_1$
D) $2\pi^2 \cdot L \cdot d_2$
E) $2\pi \cdot L \cdot y_g$

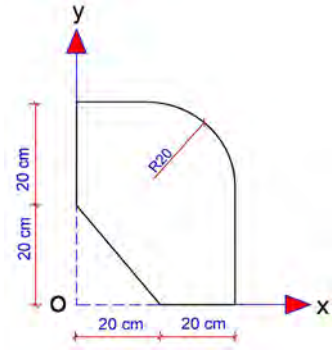
5. Düzlem bir yüzeyin ağırlık merkezinin bir eksene uzaklığı ile yüzeyin alanının çarpımına yüzeyin ..... denir.

Yukarıda boşluk bırakılan noktalı yere aşağıdaki seçeneklerde verilenlerden hangisi gelmelidir?

A) Yerçekimi kuvveti
B) Statik momenti
C) Ağırlık merkezi
D) Eğilme momenti
E) Kesme kuvveti

6. **Şekilde verilen birleşik geometrik yüzeylerden oluşan şeklin ağırlık merkezi (x_g, y_g) koordinatlarını bulunuz. (π = 3,14 alınacaktır.).**

A) (22,88; 23,61)
B) (22,41; 22,41)
C) (21,92; 22,22)
D) (21,32; 21,32)
E) (21,01; 21,01)



7. **Kütlesi 180 kg olan cismin ağırlığı kaç Newton'dur?**

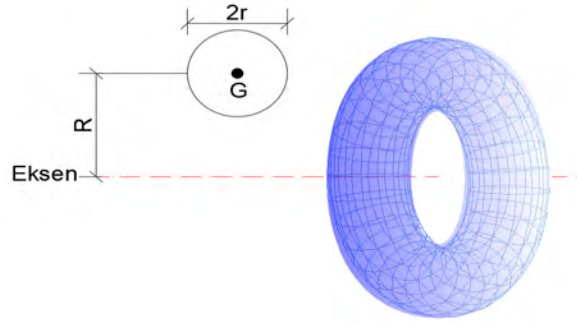
A) 1800
B) 1750,80
C) 1795,30
D) 1755,80
E) 1785,95

8. **Yüzey alanları toplamı 4110 cm² olan birleşik bir yüzeyin x ekseni etrafında 2π kadar döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi kaç cm³'tür? (π = 3,14 alınacaktır.)**

A) 1207945
B) 1128505
C) 1108500
D) 1004005
E) 1000895

9. **Şekilde görülen 2r çaplı çemberin ekseni etrafında döndürülmesi ile torus oluşturulmuştur. Oluşan torusun hacmi aşağıdaki seçeneklerde verilen hangi bağıntı ile hesaplanır?**

A) $4\pi^2rR$
B) $2\pi\frac{1}{2}\pi r^2y$
C) $2\pi\frac{1}{4}\pi r^2y$
D) $2\pi Ay$
E) $2\pi^2r^2R$



10. **Şekilde verilen yarım dairenin ağırlık merkezi (x_g, y_g) koordinatları hangi seçenekte doğru verilmiştir?**

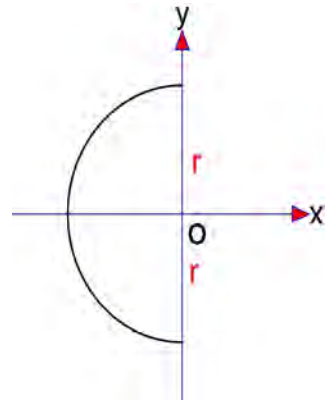
A) $(\frac{4r}{3\pi}, 0)$

B) $(0, \frac{4r}{3\pi})$

C) $(0, \frac{2r}{3\pi})$

D) $(\frac{2r}{3\pi}, \frac{4r}{3\pi})$

E) $(\frac{2r}{3\pi}, \frac{2r}{3\pi})$





Ölçme Değerlendirme sorularını cevaplamayı tamamladıysanız kitabın sonunda verilen cevap anahtarından cevaplarınızı kontrol edebilirsiniz. Yanlış cevapladığınız soruları öğretmeninize sorunuz.



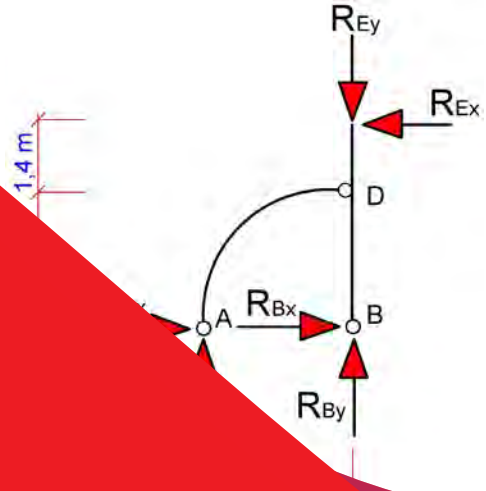


4.
ÖĞRENME BİRİMİ

MESNETLERDE - KİRİŞLERDE TEPKİ KUVVETLERİ VE DİYAGRAMLAR

KONULAR

4.1. MESNETLERİN TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA
4.2. MESNETLERİN TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA UYGULAMASI
4.3. KİRİŞLERİN MESNET TEPKİLERİNİ HESAPLAMA
4.4. BASİT VE ÇIKMALI KİRİŞLERDE TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA UYGULAMASI
4.5. ÇERÇEVE VE KEMER SİSTEMİ KİRİŞLERİNDE TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA UYGULAMASI
4.6. KİRİŞLERDE KUVVET DİYAGRAMINI ÇİZME
4.7. KİRİŞLERDE KUVVET DİYAGRAMINI ÇİZME UYGULAMASI



NELER ÖĞRENECEKSİNİZ ?

- Mesnetlerin Tepki Kuvvetlerini Hesaplama
- Kolon ve Temel Sistemlerinde Mesnet Tipi Seçimi
- Mesnetlerin Tepki Kuvvetlerini Hesaplama Uygulamaları
- Kirişlerin Mesnet Tepkilerini Hesaplama
- Kirişlerde Tepki Kuvvetleri Hesaplama Uygulamaları
- Kirişlerde Kuvvet Diyagramlarını Çizme
- Kirişlerde Kuvvet Diyagramları Çizme Uygulamaları

TEMEL KAVRAMLAR

kiriş kesme kuvveti diyagramı çizimi, kiriş mesnet tepkisi hesaplama, kiriş moment diyagramı çizimi, kiriş normal kuvvet diyagram çizimi, kiriş tepki kuvveti hesapları, mesnet tepkisi, mesnet tipleri

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

- **Yapı elemanlarında kullanılan mesnet türlerini inceleyiniz ve bu mesnetlerin listesini oluşturunuz.**
- **Yapı elemanlarını etkileyen yükleri araştırınız ve bunları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.**

4.1. MESNETLERİN TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA

Bir yapıya etki eden iç ve dış kuvvetleri güvenlik sınırları içinde taşıyan ve elemanları aracılığı ile bu kuvvetleri zemine aktaran sistemlere **taşıyıcı sistemler** denir. Taşıyıcı sistemler; bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu sistemler olmak üzere üç sınıfta toplanabilir. Bir boyutlu sistemler çubuk sistemlerdir. Çubuk sistemler dolu gövdeli veya kafes sistemi şeklinde olabilir. İki boyutlu sistemler, orta yüzeyi düzlem şeklinde olanlar levha ve plak, eğriliği orta yüzeyi olanlar ise kabuk olarak adlandırılır. Üç boyutlu sistemler ise üç boyutu da aynı önemde olan uzay kafes sistem gibi olan sistemlerdir.

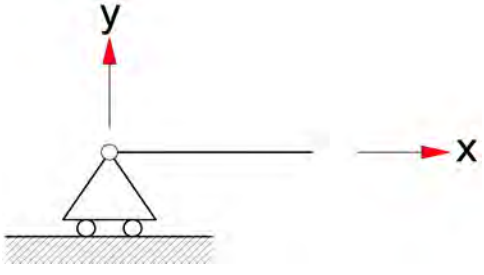
Bu öğrenme biriminde; bir boyutlu dolu gövdeli çerçeve, kemer ve kafes sistemlerinin mesnet tepkilerini ve bu sistemleri etkileyen yükler altındaki normal kuvvet, kesme kuvvetleri ve eğilme momenti davranışlarını ifade eden diyagramların çizilmesine değinilecektir.

Taşıyıcı sistemlerin dış ortamla birleştiği noktalara **mesnet** denir. Mesnetlerde oluşan tepki kuvvetleri dış kuvvetlerdir. Bu kuvvetler doğrudan doğruya belirgin değildir. Mesnet tepki kuvvetleri diğer dış kuvvetlere bağlı olarak denge denklemleri yardımıyla hesaplanabilir.

4.1.1. Mesnet ve Mesnet Tepkisi Çeşitleri

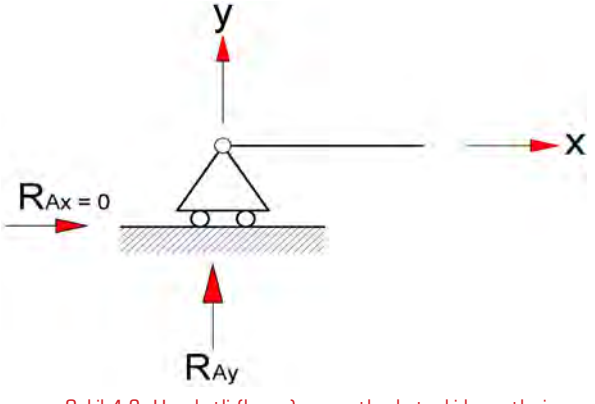
Yapı Kirişleri, Döşemeleri ve Kafes Kirişlerde Mesnetler

Kayıcı (Hareketli) Mesnetler: Sadece bilinmeyen bir reaksiyon sağlar ve hareket yönüne pozitif bir açı ile etki eder. Böylece kayıcı mesnetler, bir doğrultuda lineer harekete ve dönmeye olanak sağlar. Kirişlerde hareketli mesnet gösterimi Şekil 4.1'de görülmektedir.



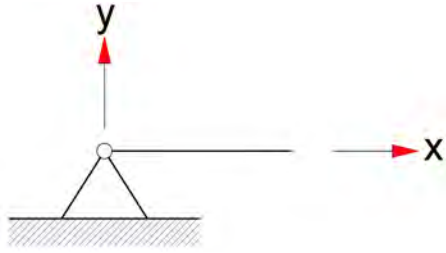
Şekil 4.1: Hareketli (kayıcı) mesnet

Hareketli mesnetlerde, mesnedin yatay yönde hareket kabiliyeti olduğu statik olarak kabul edildiğinden tepki kuvveti yatayda oluşmaz. Bu nedenle hareketli mesnetleri etkileyen kuvvet düşeyde oluşur. Kuvvetlerin gösterimi Şekil 4.2'de görülmektedir.



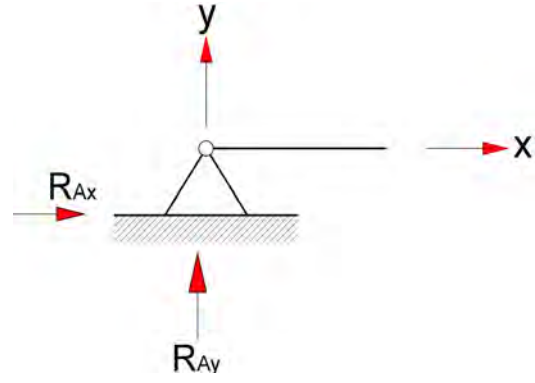
Şekil 4.2: Hareketli (kayıcı) mesnetlerde tepki kuvvetleri

Sabit Mesnetler: Tek noktada sabitlenmiş mesnetler yatay ve düşeyde iki reaksiyon (tepki) verir. Bu nedenle iki yönde cismin hareketine engel olur. Fakat dönmeyi sağlar. Kirişlerde sabit mesnet gösterimi Şekil 4.3'te görülmektedir.



Şekil 4.3: Sabit mesnet

Sabit mesnetlerde tepki kuvvetleri yatayda ve düşeyde oluşur. Sabit mesnetlerde tepki kuvvetleri gösterimi Şekil 4.4'te görülmektedir.



Şekil 4.4: Sabit mesnetlerde tepki kuvvetleri

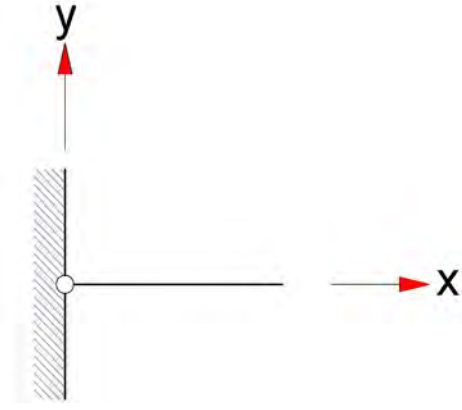
Ankastre Mesnetler: Kirişi mesnetlemenin en kısıtlayıcı yolu, sabit mesnet (ankastre mesnet) kullanmaktır. Bu mesnet, kirişin hem ötelenmesine hem de dönmesine engel olur. Kirişlerde ankastre mesnet gösterimi Şekil 4.5'te görülmektedir.

Bu durumda, mesnette x ve y yönlerinde kuvvetler ve z ekseni doğrultusunda (moment ekseni) moment oluşacaktır. Kuvvet mafsallı mesnette olduğu gibi R_{Ax} ve R_{Ay} bileşenleri ile ifade edilir, bu kuvvetler bilinirse açısı da kolaylıkla bulunur.

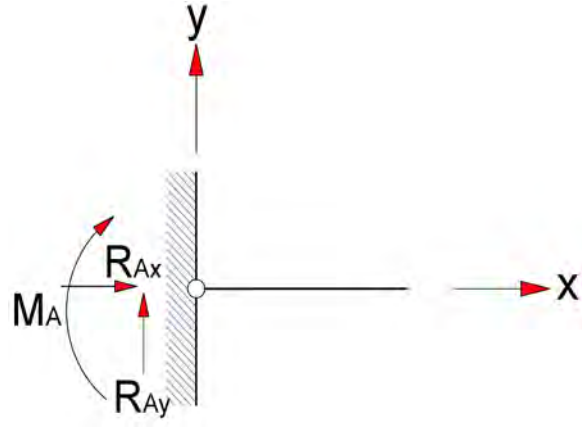
Kirişin bir noktadan her yöndeki hareketi sınırlanmıştır. Ankastre kirişlerde yatay, düşey ve eğilme momenti kuvveti şeklinde oluşur. Ankastre mesnet tepki kuvvetleri Şekil 4.6'da görülmektedir.

Sabit mesnetler, hareketli mesnetler ve ankastre mesnetler; dolu gövdeli kirişlerde, kemerlerde, çerçeve sistemlerde, kafes kiriş sistemlerinde ve düşey taşıyıcı sistemlerde tasarlanır.

Yukarıda bahsedilen mesnet türleri dışında, üzerine kuvvet etkimeyen iki ucu mafsallı doğru eksenli çubuk olan pandül ayaklar ve dönme etkisini önlemek için elastik ankastre mesnetler kullanılmaktadır.

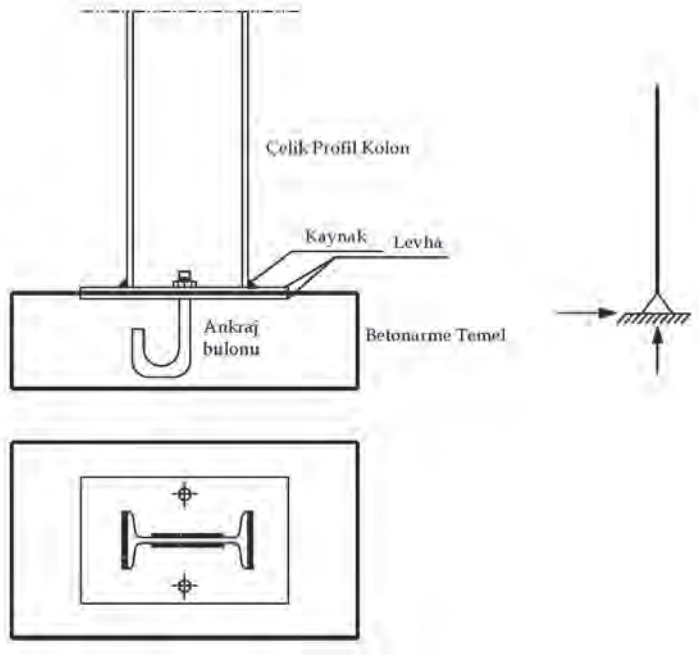


Şekil 4.5: Ankastre mesnet



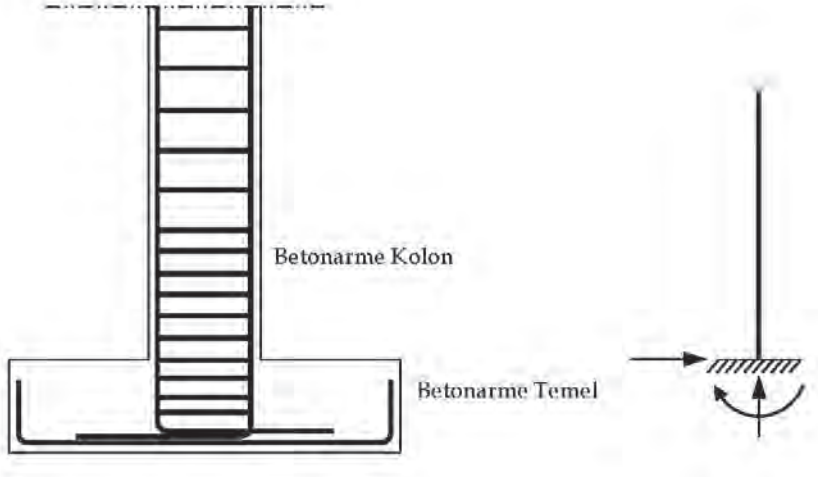
Şekil 4.6: Ankastre mesnetlerde tepki kuvvetleri

Şekil 4.7'de görülen sistemde sadece yatay ve düşey yer değiştirmeler önlenebilir. Fakat kolon ve temel birleşim bölgesinde dönmeler engellenemeyeceği için basit sabit mesnet olarak modellenir.



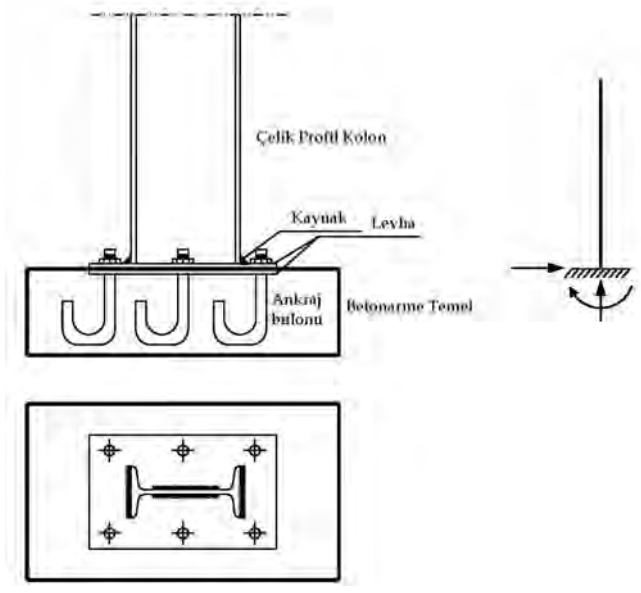
Şekil 4.7: Çelik kolon-temel birleşiminde, sabit mesnet modellemede tepki kuvvetleri

Şekil 4.8'de görülen sistemde yatay ve düşey yer değiştirmeler ile kolon ve temel birleşim bölgesinde dönmeler engellenebileceği için ankastre mesnet olarak modellenir.



Şekil 4.8: Betonarme kolon-temel birleşiminde ankastre mesnet modellemesi tepki kuvvetleri

Şekil 4.9'da görülen sistemde yatay ve düşey yer değiştirmeler ile kolon ve temel birleşim bölgesinde dönmeler engellenebileceği için ankastre mesnet olarak modellenir.



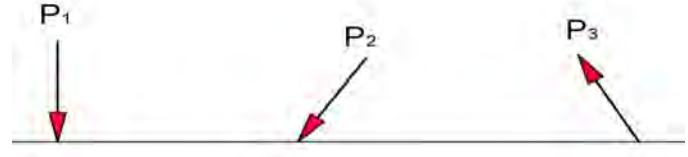
Şekil 4.9: Çelik kolon-temel birleşiminde ankastre modellemede mesnet tepki kuvvetleri

4.1.2. Taşıyıcı Sistemleri ve Mesnetleri Etkileyen Yükler

Belirlenme durumlarına göre dış kuvvetler ikiye ayrılır. Bunlar; doğrudan doğruya belli olan dış kuvvetler ve mesnet tepkileri veya bağ kuvvetleridir. Doğrudan doğruya belli olan dış kuvvetler ya da yükler, bilinen veya yapının fonksiyonuna göre yük yönetmelikleriyle saptanmış yüklerdir. Mesnet tepkileri ya da bağ kuvvetleri yapının taşıyıcı sistemini etkileyen kuvvetlere karşı olan yapı siteminin tepki kuvvetleridir.

Bir taşıyıcı sistemin elemanlarına etki eden dış kuvvetler yayılış biçimlerine ve belirlenme durumlarına göre ikiye ayrılır. Yayılış biçimlerine göre dış kuvvetler tekil kuvvet olabilir veya belli bir değişim kuralı ile yayılı biçimde etki eder.

Tekil kuvvetlerin etkileri düşey, yatay veya açısal konumda olabilir. Düşey yüklerin etkileri kesme kuvvetlerini, yatay kuvvetler normal kuvvetleri, açısal kuvvetler ise hem kesme hem de normal kuvvet olarak etki eder (Şekil 4.10).

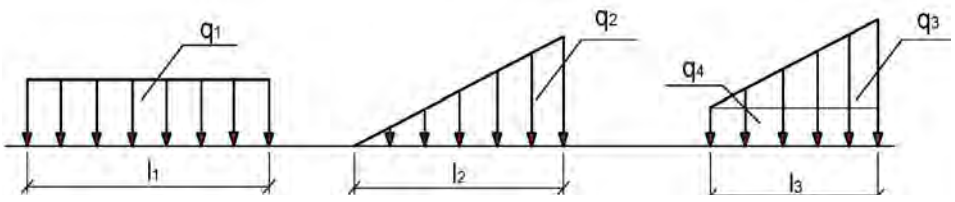


Şekil 4.10: Düşey ve açısal tekil yükler

Yayılı kuvvetler (yükler) doğrusal veya alansal olabilir. Tek boyutlu taşıyıcı bir sistemin elemanlarına etki eden yayılı yükler doğrusal, iki boyutlu taşıyıcı bir sisteme etki edenler ise alansaldır. Birinci tür yayılı yük birim boya etkiyen kuvvet (kg/m, t/m, N/m vb.), ikinci tür yayılı yük birim alana etkiyen kuvvet (kg/m^2, t/m^2, N/m^2 vb.) boyutundadır.

Her noktada eşit olan yayılı yüklere düzgün yayılı yük denir. Yayılı yükler aynı zamanda üçgen, yamuk, dairesel, parabolik vb. şekillerde olabilir. Yayılı yükler diyagramla gösterilir. Yük diyagramının alanı, yayılı yükün yerine geçen tekil yükü verir.

Denge problemlerinde yayılı yükler yerine eşdeğer tekil yükler alınarak çözüm yapılır. Eşdeğer tekil yükün tesir çizgisi, yayılı yük diyagramının ağırlık merkezinden geçer ve yönü yayılı yükle aynı olur. Yayılı yükler genellikle düzgün yayılı yük, üçgen yayılı yük ve trapez yayılı yük şeklinde yapı elemanına etki eder (Şekil 4.11). Bunların dışında yapı elemanlarını etkileyen parabol yayılı yük türü de bulunmaktadır.



Şekil 4.11(a, b, c): Düzgün yayılı, üçgen yayılı ve trapez yayılı yük

Şekil 4.11.a'da görülen düzgün yayılı yük tekil yüke: $\mathbf{Q_1 = q_1.l_1}$

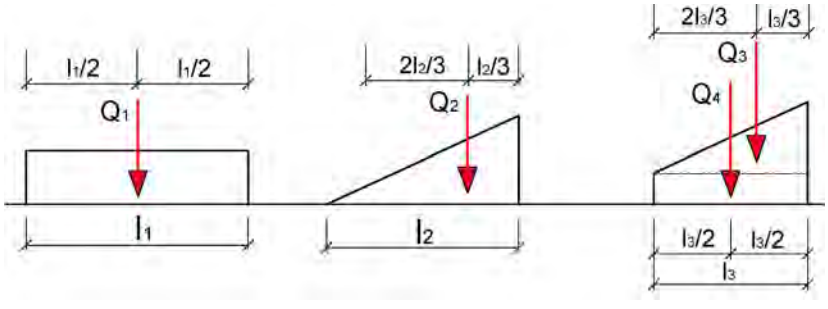
Şekil 4.11.b'de görülen üçgen yayılı yük tekil yüke: $Q_2 = \frac{q_2 \cdot l_2}{2}$ bağıntılarıyla çevrilir.

Şekil 4.11.c'de görülen trapez yayılı yük Şekil 4.11'de görüldüğü gibi üçgen ve düzgün yayılı yüklerden oluşmaktadır.

Üçgen yayılı yük tekil yüke: $Q_3 = \frac{q_3 \cdot l_3}{2}$

Düzgün yayılı yük tekil yüke: $\mathbf{Q_4 = q_4.l_3}$ bağıntılarıyla çevrilir.

Şekil 4.11(a, b, c)'de verilen yayılı yükler tekil yüklere dönüştürülürken kuvvetlerin ağırlık merkezlerine etki noktaları Şekil 4.12(a, b, c) gösterildiği gibi olur.



(a) (b) (c)

Şekil 4.12(a, b, c): Düzgün, üçgen ve trapez yayılı yüklerin tekil yüke çevrilmesi

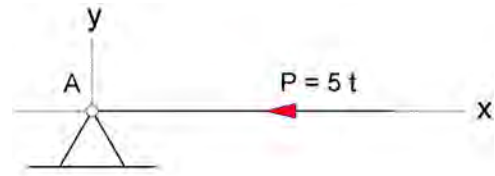
4.1.3. Mesnetlerin Tepki Kuvvetlerini Hesaplama Yöntemleri

Yapı kirişlerinin, döşemelerinin ve kafes kirişlerin oturdukları mesnetleri etkileyen yüklerin etkisi altında mesnet tepkileri denge denklemleri ve çizim yöntemi (Kuvvetler Üçgeni Yöntemi, Kuvvetler Çokgeni Yöntemi) ile bulunur.

4.1.3.1. Mesnetlerin Tepki Kuvvetlerini Hesaplama

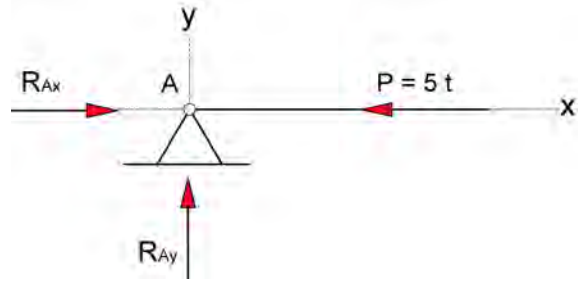
Mesnetlerin tepki kuvvetlerini hesaplama ile ilgili problemler aşağıda verilmiştir. Problem çözümlerinde **soldan sağa yönde olan kuvvetler (+), sağdan sola yönde olan kuvvetler (-), yukarı yönde olan kuvvetler (+), aşağı yönde olan kuvvetler (-), eğilme momentinde saatin yönünde etki eden kuvvetler (+) ve saatin tersi yönünde olan kuvvetler (-)** kabul edilecektir.

Problem: Şekil 4.13'te verilen yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedi etkileyen kuvvet görülmektedir. Verilen yükleme durumuna göre A sabit mesnedinde oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.13: Yatay kuvvet etkisi altındaki sabit mesnet

Çözüm: Yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedin tepki kuvvetleri yatayda ve düşeyde oluşacaktır. Sabit mesnet tepki kuvvetleri Şekil 4.14'te olduğu gibi gösterilir.



Şekil 4.14: Yatay kuvvet etkisi altındaki sabit mesnet tepki kuvvetleri

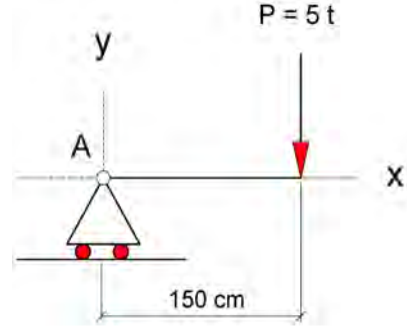
$\sum P_x = 0$ ise denge denkleminden hareketle yatay yöndeki kuvvetler doğrultusunda A mesnedindeki yatay tepki kuvveti

$R_{Ax} - P = 0 \Rightarrow R_{Ax} - 5 = 0$ buradan da $\mathbf{R_{Ax} = 5\ t}$ bulunur.

$\sum P_y = 0$ ise denge denkleminden hareketle düşey yönde herhangi bir kuvvet olmadığından A mesnedindeki düşey tepki kuvveti

$\mathbf{R_{Ay} = 0}$ olur.

Problem: Şekil 4.15'te verilen yapı kirişinin oturduğu hareketli mesnedi etkileyen kuvvet görülmektedir. Verilen yükleme durumuna göre A hareketli mesnedinde oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.15: Düşey kuvvet etkisi altındaki hareketli mesnet

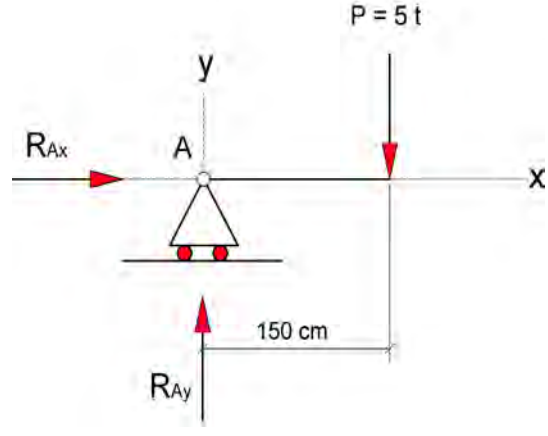
Çözüm: Yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedin tepki kuvvetleri yatayda ve düşeyde oluşacaktır. Hareketli A mesnedinde tepki kuvvetleri Şekil 4.16'da olduğu gibi gösterilir.

$\mathbf{\sum P_x = 0}$ ise denge denkleminden hareketli mesnette yatay yönde A mesnedinde tepki kuvveti sıfır olur. Buradan hareketle

$\mathbf{R_{Ax} = 0}$ olur.

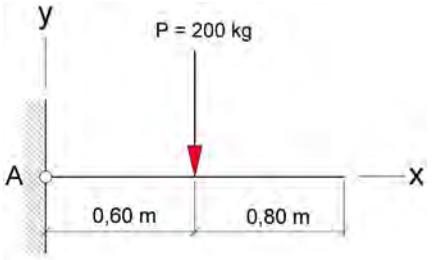
$\mathbf{\sum P_y = 0}$ ise denge denkleminden hareketle düşey yöndeki kuvvetler doğrultusunda A mesnedindeki düşey tepki kuvveti

$\mathbf{R_{Ay} - 5 = 0}$ buradan da $\mathbf{R_{Ay} = 5\ t}$ bulunur.



Şekil 4.16: Düşey kuvvet etkisi altındaki hareketli mesnet tepki kuvvetleri

Problem: Şekil 4.17'de verilen yapı kirişinin oturduğu ankastre mesnedi etkileyen kuvvet görülmektedir. Verilen yükleme durumuna göre A ankastre mesnedinde oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.17: Düşey kuvvet etkisi altındaki ankastre mesnet

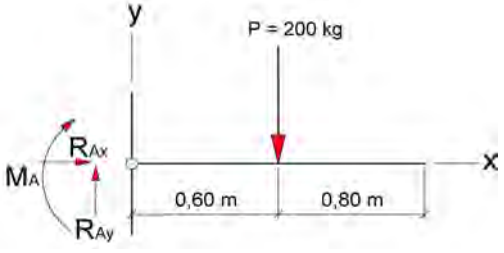
Çözüm: Yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedin tepki kuvvetleri yatayda, düşeyde ve eğilme momenti şeklinde oluşacaktır. Ankastre A mesnedinde tepki kuvvetleri Şekil 4.18'de olduğu gibi gösterilir.

$\sum P_x = 0$ denge denkleminden ankastre mesnette yatay yönde kuvvet olmadığından A mesnedindeki yatay tepki kuvveti

$\mathbf{R_{Ax} = 0}$ olur.

$\sum P_y = 0$ denge denkleminden hareketle düşey yöndeki kuvvetler doğrultusunda A mesnedindeki düşey tepki kuvveti;

$R_{Ay} - 200 = 0$ buradan da $\mathbf{R_{Ay} = 200\ kg}$ bulunur.

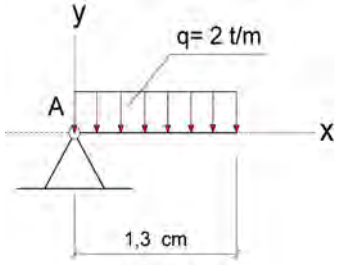


Şekil 4.18: Düşey kuvvet etkisi altındaki ankastre mesnet tepki kuvvetleri

$\sum M_A = 0$ denge denkleminden hareketle

$M_A + P.\ 0{,}60 = 0$ olmalıdır. $M_A + 200x0{,}60 = 0$ olur.
Buradan da $\mathbf{M_A = -\ 120\ kgm}$ olur.

Problem: Şekil 4.19'da verilen yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedi etkileyen düzgün yayılı kuvvet görülmektedir. Verilen yükleme durumuna göre A sabit mesnedinde oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.19: Düzgün yayılı yük etkisi altındaki sabit mesnet

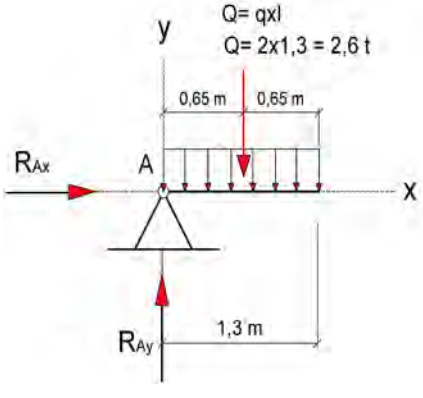
Çözüm: Yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedin tepki kuvvetleri yatayda ve düşeyde oluşacaktır. A sabit mesnedinde tepki kuvvetleri ve düzgün yayılı yükün tekil yüke çevrilmesi Şekil 4.20'de olduğu gibi gösterilir.

$\sum P_x = 0$ denge denkleminden sabit mesnette yatay yönde kuvvet olmadığından A mesnedindeki yatay tepki kuvveti

$\mathbf{R_{Ax} = 0}$ olur.

$\sum P_y = 0$ denge denkleminden hareketle düşey yöndeki kuvvetler doğrultusunda A mesnedindeki düşey tepki kuvveti

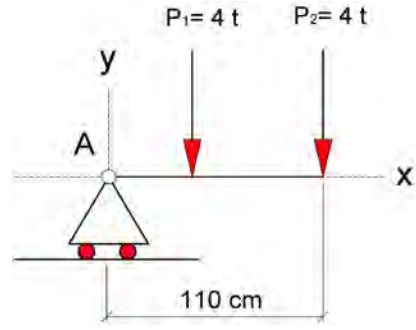
$R_{Ay} - Q = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 2{,}6 = 0$ buradan da $\mathbf{R_{Ay} = 2{,}6\ t}$ bulunur.



Şekil 4.20: Düzgün yayılı yük altındaki sabit mesnedin tepkileri

SIRA SİZDE

Şekil 4.21'de verilen yapı kirişinin oturduğu sabit mesnedi etkileyen düşey tekil kuvvetler görülmektedir. Verilen şekil üzerinde A mesnedinde oluşan tepki kuvvetlerini göstererek çiziniz ve yükleme durumuna göre A sabit mesnedinde oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız?



Şekil 4.21: Düşey tekil kuvvetler etkisi altındaki hareketli mesnet

4.2. UYGULAMA MESNETLERİN TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA

6 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

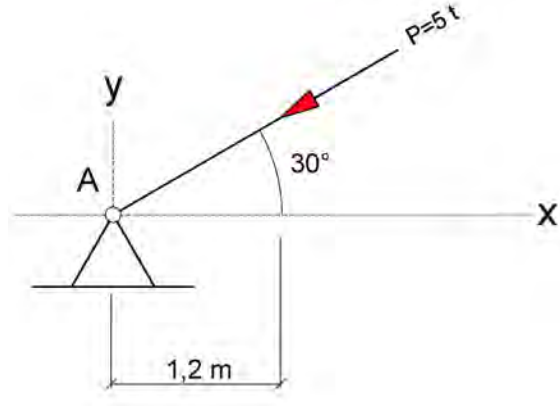
36150

Bu çalışmanın amacı, mesnetlerin tepki kuvvetlerini hesaplama ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Mesnetlerin tepki kuvvetleri uygulamasını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 4.22'de A sabit mesnedi açısal yük etkisi altında olduğuna göre A mesnedinin tepki kuvvetlerini hesap yöntemiyle bulunuz.
- Şekil 4.22'de A sabit mesnedi açısal yük etkisi altında olduğuna göre A mesnedinin tepki kuvvetlerini kuvvet ölçeği: 1 t = 1 cm alarak çizim yöntemiyle bulunuz.



Şekil 4.22: Açısal yük etkisi altındaki sabit mesnet

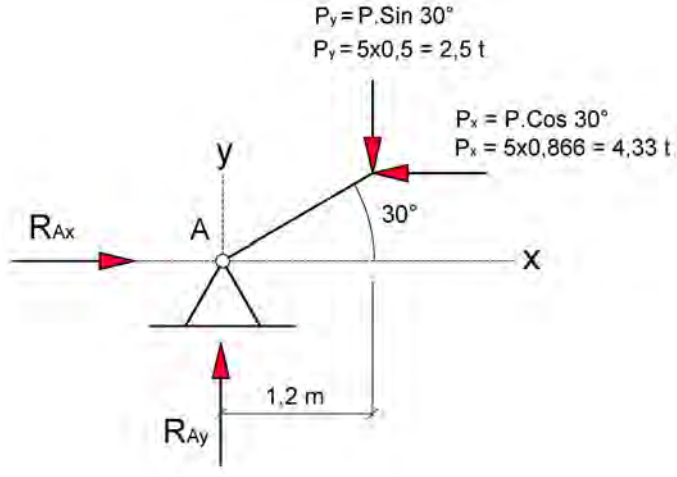
Yönerge

- **Çalışmanızda kuvvetlerin yönlerine dikkat ediniz.**
- **Verilen açısal yükün yatay ve düşey bileşenlerini hesaplarken işlem hatası yapmamaya dikkat ediniz.**
- **Çizim yöntemiyle mesnet tepkilerinin bulunmasında kuvvet ölçeğine uygun olarak kuvvetin yatayla olan açısını doğru çizmeye dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde daha net görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

Hesap Yöntemi

- Şekil 4.22'de verilen A sabit mesnet sistemi çizilir (Şekil 4.23).
- Şekil 4.22'de verilen A sabit mesnedini etkileyen açısal tekil kuvvet, yatay (P_x) ve düşey (P_y) bileşenlere ayrılarak çizilir (Şekil 4.23).
- Yatay ve düşey bileşenleri ayrılan açısal kuvvetin yatay ve düşey bileşenleri hesaplanır (Şekil 4.23).
- Açısal kuvvetin mesnede olan etkisi nedeniyle mesnedin gösterdiği tepki kuvvetleri (R_{Ax} ve R_{Ay}) çizilerek gösterilir (Şekil 4.23).



Şekil 4.23: Açısal yük etkisi altındaki sabit mesnet tepki kuvvetleri ve kuvvetin bileşenleri

- $\sum P_x = 0$ denge denklemi ile A sabit mesnedindeki yatay tepki kuvveti bulunur.

  $R_{Ax} - P_x = 0$ ise $R_{Ax} - 4,33 = 0 \Rightarrow$ **R_{Ax} = 4,33 t** olur.

- $\sum P_y = 0$ denge denklemi ile A sabit mesnedindeki düşey tepki kuvveti bulunur.

  $R_{Ay} - P_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 2,5 = 0$ buradan da **R_{Ay} = 2,5 t** bulunur.

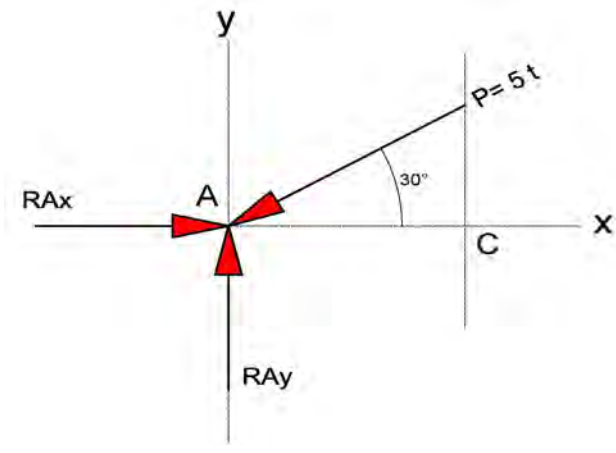
BİLGİ KUTUSU

Mesnetlerin yatay ve düşey tepki kuvvetleri hesaplanırken mesnet türüne ve mesnedi etkileyen yük türüne dikkat edilmeli ve hesaplamalarda hassas olunmalıdır.

Çizim Yöntemi (Kuvvetler Üçgeni Yöntemi, Kuvvetler Çokgeni Yöntemi)

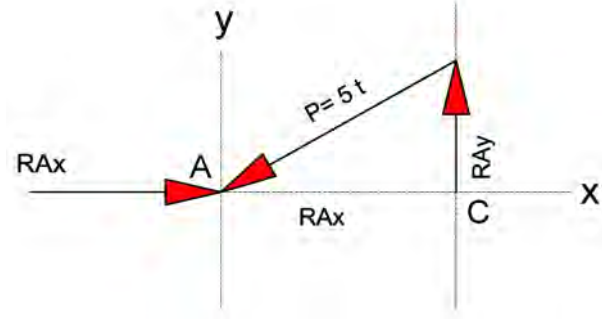
Çizim yönteminde kuvvet sayısı 3 ise kuvvetler üçgeni yöntem kuvvet sayısı 3'ten fazla ise kuvvetler çokgeni yöntemi kullanılır.

- A mesnedini etkileyen P = 5 tonluk kuvvet, kuvvet ölçeği 1 ton 1 cm olacak şekilde 5 cm uzunluğunda x eksenine 30° açıyla gönye ve açıölçer yardımıyla çizilir.
- R_{Ax} tepki kuvveti x eksenine A noktasına P kuvvetinin ucuna gelecek şekilde çizilir.
- R_{Ay} tepki kuvveti y eksenine dik konumda yukarı yönde çizilir (Şekil 4.24).



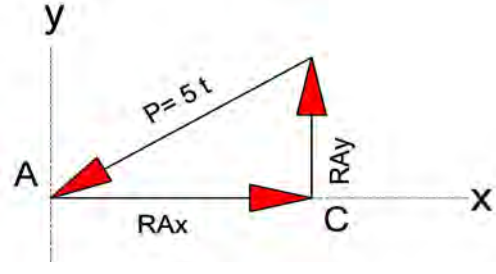
Şekil 4.24: Açısal yük etkisi altındaki sabit mesnet tepki kuvvetlerinin ve açısal kuvvetin çizimi

- R_{Ay} düşey tepki kuvveti C noktasında P kuvvetinin başlangıç noktasına taşınarak çizilir (Şekil 4.25).



Şekil 4.25: R_{Ay} düşey kuvvetinin C noktasına taşınması

- R_{Ax} yatay tepki kuvveti A noktasından C noktasına, R_{Ay} düşey kuvveti başlangıç noktasına taşınarak çizilir ve kuvvetler üçgeni oluşturulur (Şekil 4.26).



Şekil 4.26: R_{Ax} düşey kuvvetinin A noktasından C noktasına taşınarak çizimi

- Şekil 4.26'da çizilen R_{Ax} yatay tepki kuvveti ve R_{Ay} düşey tepki kuvveti uzunlukları cetvelle ölçülür ve kuvvet ölçeği ile çarpılarak bulunur.

R_{Ax} = Çizilen uzunluk x Kuvvet ölçeği

R_{Ax} = 4,3 x 1 = 4,3 t

R_{Ay} = Çizilen uzunluk x Kuvvet ölçeği

R_{Ay} = 2,5 x 1 = 2,5 t

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
	Hesap Yöntemi		
1	A sabit mesnet sistemini ve açısal kuvveti çizdiniz mi?		
2	A Sabit mesnedini etkileyen açısal kuvveti, yatay (P_x) ve düşey (P_y) bileşenlerine ayırarak çizdiniz mi?		
3	Yatay ve düşey bileşenlerine ayrılan açısal kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini hesapladınız mı?		
4	Açısal kuvvetin mesnede olan etkisi nedeniyle mesnedin gösterdiği tepki kuvvetlerini (R_{Ax} ve R_{Ay}) çizerek gösterdiniz mi?		
5	$\sum P_x = 0$ denge denklemi ile A sabit mesnedindeki yatay tepki kuvvetini buldunuz mu?		
6	$\sum P_y = 0$ denge denklemi ile A sabit mesnedindeki düşey tepki kuvvetini buldunuz mu?		
	Çizim Yöntemi (Kuvvetler Üçgeni)		
1	A sabit mesnedini etkileyen P = 5 tonluk kuvveti, kuvvet ölçeği ile 1 ton = 1 cm olacak şekilde 5 cm uzunluğunda x eksenine 30° açıyla çizdiniz mi?		
2	R_{Ax} tepki kuvvetini x ekseninde A noktasına P kuvvetinin ucuna gelecek şekilde çizdiniz mi?		
3	R_{Ay} tepki kuvvetini y eksenine dik konumda yukarı yönde çizdiniz mi?		
4	R_{Ay} düşey tepki kuvvetini C noktasında P kuvvetinin başlangıç noktasına taşıyarak çizdiniz mi?		
5	R_{Ax} yatay tepki kuvvetini A noktasından C noktasına R_{Ay} düşey kuvvetinin başlangıç noktasına taşıyarak çizip kuvvetler üçgenini oluşturdunuz mu?		
6	Şekil 4.25'te çizilen R_{Ax} yatay tepki kuvveti ve R_{Ay} düşey tepki kuvveti uzunluklarını cetvelle ölçüp ve kuvvet ölçeği ile çarparak buldunuz mu?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	30	60	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

Yapılarda tasarlanan izostatik, hiperstatik sistem örneklerini inceleyiniz ve bunları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

4.3. KİRİŞLERİN MESNET TEPKİLERİNİ HESAPLAMA

Bu öğrenme biriminde; izostatik dolu gövdeli sistemlerin, üç mafsallı çerçevelerin, kemerlerin, Gerber kirişlerinin ve kafes sistemlerin mesnet tepkileri ile bu sistemleri etkileyen yükler altında normal kuvvet, kesme kuvvetleri ve eğilme momenti kuvvet diyagramlarının çizilmesine değinilecektir.

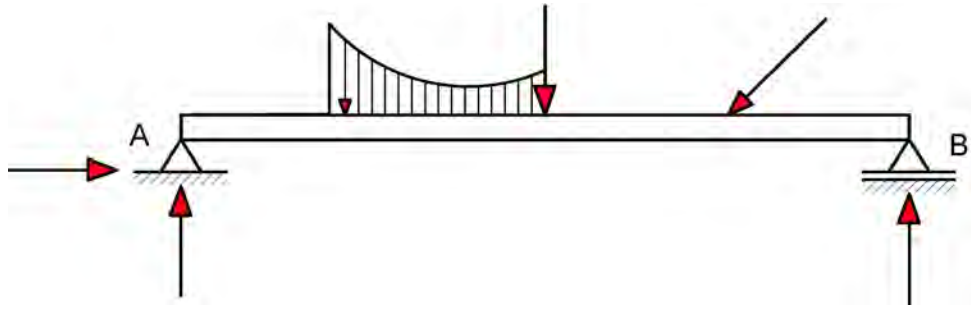
Mesnet tepkilerinin denge denklemleri ile hesaplanabildiği sistemlere **izostatik** veya **statikçe belirli sistemler** denir. İzostatik kirişlerde mesnetlerin tepki kuvvetleri de denge denklemleri yardımıyla hesaplanır. Mesnet ve bağ kuvvetlerinin hesabında denge denklemlerine ek olarak başka bağıntılar da gerektiren sistemlere ise **hiperstatik sistemler** denir. Hiperstatik sistemler; denge denklemleri ve ek olarak başka bağıntılar içerdiğinden, bilinmeyenler sadece üç denge denklemi kullanılarak çözülemez.

4.3.1. İzostatik Kirişlerde Mesnet Tepkilerini Hesaplama Yöntemleri

İzostatik kirişlerde mesnet tepkileri; denge koşullarıyla ve çizim yöntemiyle kullanılarak hesaplanır. Denge koşulları ile çizim yöntemlerine birinci ve ikinci öğrenme birimlerinde değinilmiştir. Bu öğrenme biriminde; denge koşulları ile dolu gövdeli izostatik kirişlerin, üç mafsallı izostatik sistemlerin, kemerlerin, Gerber kirişlerinin ve kafes kirişlerin mesnet tepkileri hesaplarına değinilecektir.

4.3.2. Dolu Gövdeli İzostatik Taşıyıcı Sistemlerde Mesnet Tepkileri Hesaplama

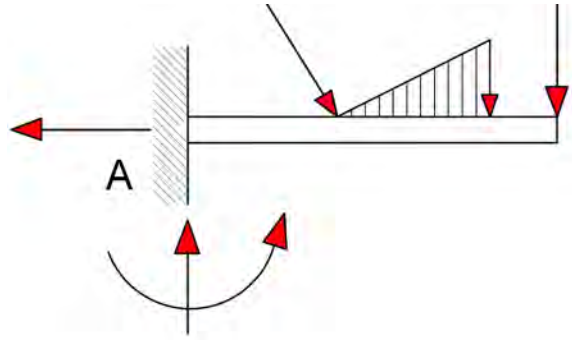
Dolu gövdeli izostatik sistemler; basit kirişler, çıkmalı kirişler ve konsol kirişlerdir. Bu sistemlerin mesnet tepkileri denge koşulları kullanılarak hesaplanır (Şekil 4.27, Şekil 4.28, Şekil 4.29).



Şekil 4.27: Basit kiriş, etkileyen yükler ve mesnet tepkileri

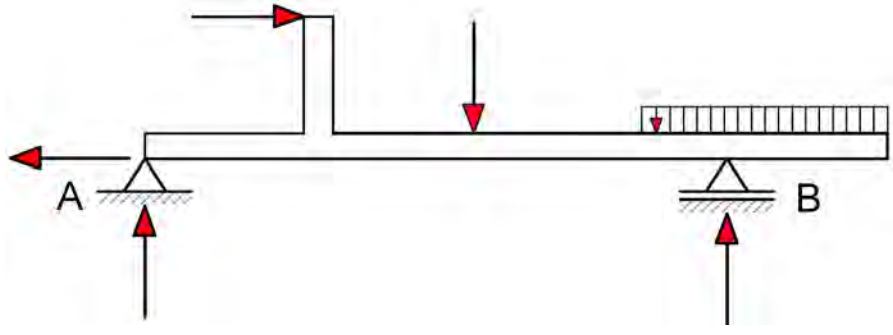
Bir mesnedi sabit, diğer mesnedi hareketli olan doğru eksenli sistemlere **basit kiriş** denir.

Bir ucu ankastre diğer ucu ise boşta olan kirişlere **konsol kiriş** denir.



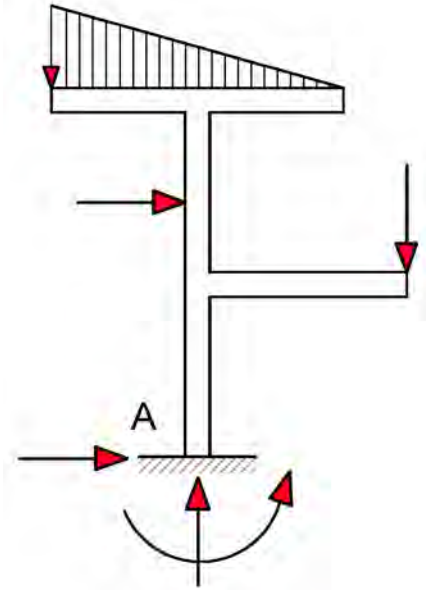
Şekil 4.28: Konsol kiriş

Bir veya iki ucunda çıkması bulunan kirişlere **çıkmalı kiriş** denir.

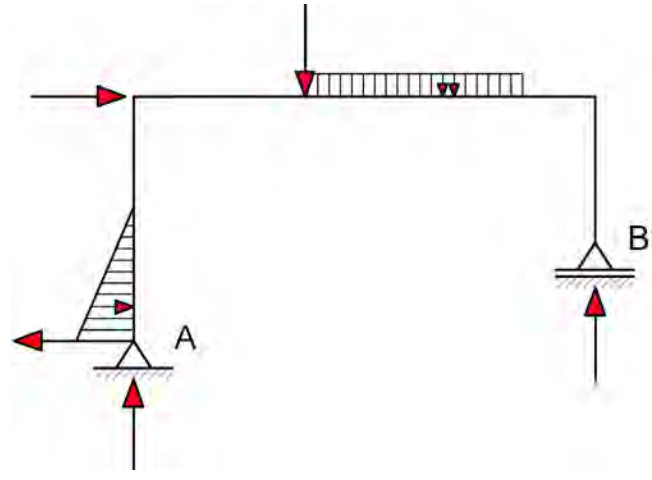


Şekil 4.29: Çıkmalı kiriş

Basit kirişler, konsol kirişler ve çıkmalı kirişler dışında kolon ve kirişlerden oluşan izostatik çerçevelerinde mesnet tepkileri, denge koşulları kullanılarak hesaplanır (Şekil 4.30, Şekil 4.31).

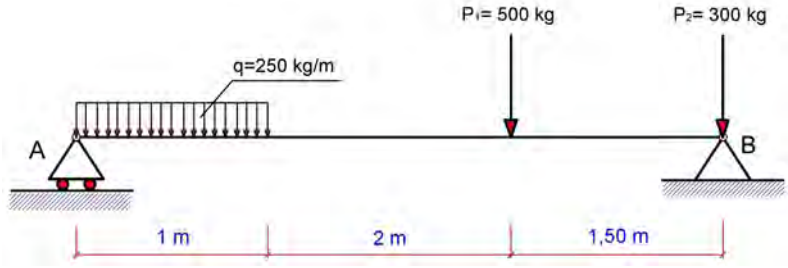


Şekil 4.30: Konsol çerçeve sistemi



Şekil 4.31: Çerçeve sistemi

Problem: Şekil 4.32'de basit kirişin yükleme durumu verilmiştir. Verilenlere göre A ve B mesnetlerindeki tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.32: Yükleme durumu verilen basit kiriş

Çözüm: Düzgün yayılı yük tekil yüke çevrilir; mesnetlerde oluşan tepki kuvvetleri ve basit kiriş sistemi, tekil yükler çizilerek gösterilir (Şekil 4.33).



Şekil 4.33: Basit kirişe etki eden yayılı yükün tekil yüke çevrilmesi ve mesnet tepkileri

Şekil 4.33'te mesnet tepkileri ve düzgün yayılı yükün tekil yüke çevrilmiş durumuna göre denge denklemleri yazılırsa

$\sum P_x = 0$ denge koşulundan A mesnedi hareketli mesnet olduğundan yatay tepki kuvveti oluşmaz, yani $\mathbf{R_{Ax} = 0}$ olur.
$R_{Ax} - R_{Bx} = 0$ ise $0 - R_{Bx} = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{Bx} = 0}$ olur.

$\sum P_y = 0$ denge koşulundan A mesnedi sabit mesnet olduğundan düşey tepki kuvveti yazılırsa
$R_{Ay} - Q_1 - P_1 - P_2 + R_{By} = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 250 - 500 - 300 + R_{By} = 0$ ise $\mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 1050\ kg}$ iki bilinmeyenli denklem bulunur.

$\sum \mathbf{M_A} = 0$ denge koşulu doğrultusunda A noktasına göre moment alınır. Saat yönündeki kuvvetlerin moment etkisi (+), saatin tersi yönünde (-) kabul edilirse

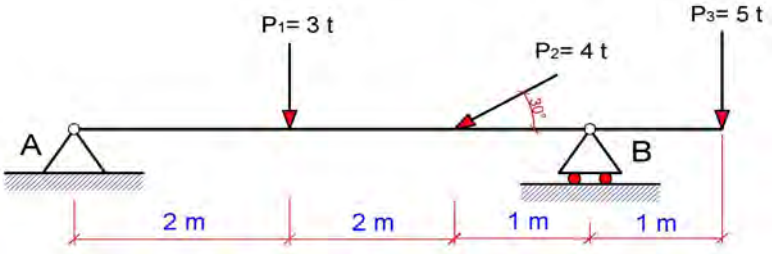
$R_{Ax}.0 + R_{Ay}.0 + Q_1.0{,}5 + P_1x3 - R_{By}.4{,}5 + P_2x4{,}5 = 0$
$0 + 0 + 250x0{,}5 + 500x3 - R_{By}.4{,}5 + 300x4{,}5 = 0$
$125 + 1500 - 4{,}5R_{By} + 1350 \Rightarrow 2975 - 4{,}5R_{By} = 0 \Rightarrow 4{,}5R_{By} = 2975$ olur.

Buradan da $4{,}5R_{By} = 2975$ olacaktır. Eşitliğin her iki tarafı 4,5'e bölünürse

$R_{By} = \dfrac{2975}{4{,}5}$ ve $\mathbf{R_{By} = 661{,}11\ kg}$ olur.

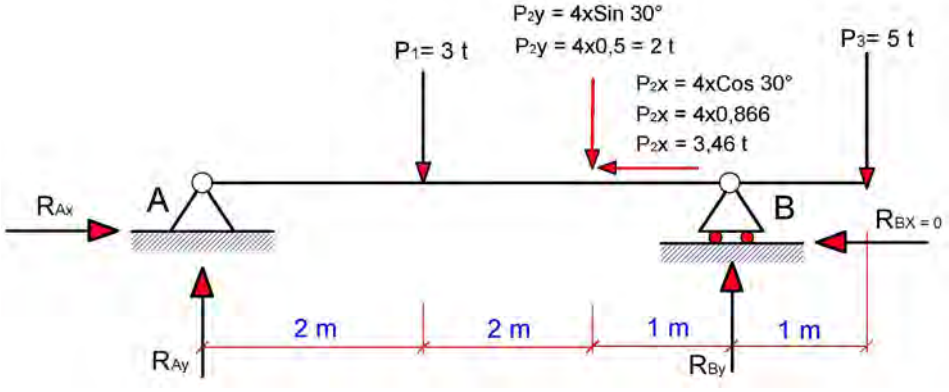
Düşey kuvvetlerin denge koşulundan bulunan $\mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 1050\ kg}$ iki bilinmeyenli denkleminde RBy denklemde yerine konursa
$R_{Ay} + 661{,}11 = 1050$ kg $\Rightarrow R_{Ay} = 1050 - 661{,}11$ ve buradan da $\mathbf{R_{Ay} = 388{,}89\ kg}$ bulunur.

Problem: Şekil 4.34 çıkmalı kirişin yükleme durumu verilmiştir. Verilenlere göre A ve B mesnetlerindeki tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



Şekil 4.34: Yükleme durumu verilen çıkmalı kiriş

Çözüm: A mesnedindeki mesnet tepkileri ve açısal kuvvet yatay ve düşey tekil kuvvetler Şekil 4.35'teki gibi çizilerek gösterilir.



Şekil 4.35: Çıkmalı kirişin mesnet tepkileri ve açısal kuvvetin tekil hâle çevrilmesi

Şekil 4.35'te verilenlere göre denge denklemleri yazılırsa

$\sum P_x = 0$
B mesnedi hareketli mesnet olduğundan yatay tepki kuvveti oluşmaz yani $R_{Bx} = 0$ olur.
$R_{Ax} - P_{2x} - R_{Bx} = 0$ ise $R_{Ax} - 3{,}46 - 0 = 0 \Rightarrow$ **$R_{Ax} = 3{,}46$ t** olur.

$\sum P_y = 0$
$R_{Ay} - P_1 - P_{2y} - P_3 + R_{By} = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 3 - 2 - 5 + R_{By} = 0$ buradan da **$R_{Ay} + R_{By} = 10$ t** iki bilinmeyenli denklemi bulunur.

$\sum M_A = 0$ denge koşulu doğrultusunda A noktasına göre moment alınır. Saat yönündeki kuvvetlerin moment etkisi (+), saatin tersi yönünde (-) kabul edilirse

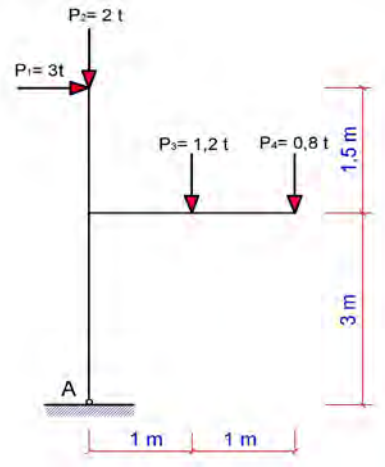
$R_{Ax}.0 + R_{Ay}.0 + P_1 x_2 + P_{2y} x\ 4 - R_{By}.5 + P_3 x\ 6 = 0$
$0 + 0 + 3x2 + 2x4 - R_{By}.5 + 6 x\ 5 = 0$
$6 + 8 - 5R_{By} + 30 \Rightarrow 44 - 5R_{By} = 0 \Rightarrow -5R_{By} = -44$ olur.

Buradan da $5R_{By} = 44$ olacaktır. Eşitliğin her iki tarafı 5'e bölünürse $R_{By} = \frac{44}{5}$ ve **$R_{By} = 8{,}8$ t** olur.

Düşey kuvvetlerin denge koşulundan bulunan $R_{Ay} + R_{By} = 10$ t iki bilinmeyenli denkleminde R_{By} denklemde yerine konursa

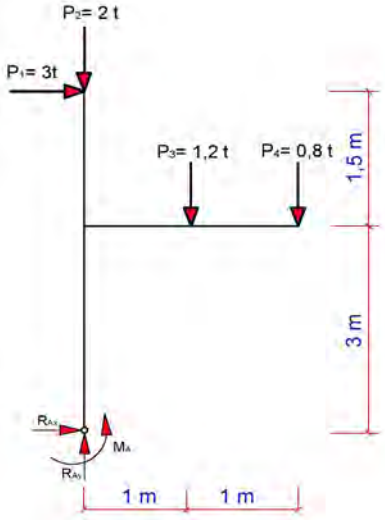
$R_{Ay} + 8{,}8 = 10$ t $\Rightarrow R_{Ay} = 10 - 8{,}8$ ve buradan da **$R_{Ay} = 1{,}2$ t** bulunur.

Problem: Şekil 4.36'da verilen kolon ve konsol kiriş sisteminde P_1 yatay, P_2, P_3 ve P_4 düşey kuvvetlerinin etkisi altında olan A ankastre mesnedindeki mesnet tepkilerini hesaplayınız.



Şekil 4.36: Kolon ve konsol kiriş sistemi

Çözüm: A mesnedindeki mesnet tepkileri Şekil 4.37'deki gibi gösterilir.



Şekil 4.37: Kolon ve konsol kiriş sisteminde mesnet tepkileri

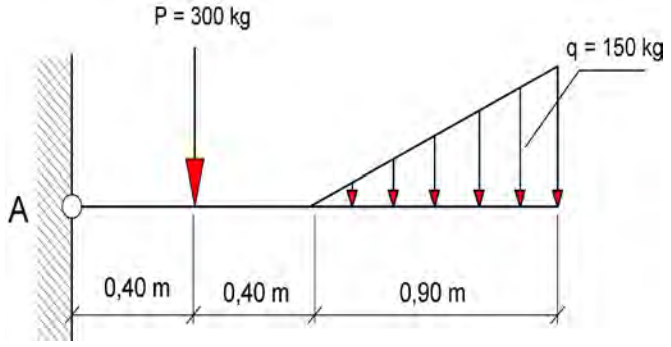
Şekil 4.37'de verilenlere göre denge denklemleri yazılırsa

$\sum P_x = 0$
$3 + R_{Ax} = 0$ ise $R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = -3$ t olur ve A mesnedinde oluşan yatay yöndeki R_{Ax} mesnet tepkisinin yönü değişir.

$\sum P_y = 0$
$R_{Ay} - P_2 - P_3 - P_4 = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 2 - 1,2 - 0,8 = 0$ buradan da $\mathbf{R_{Ay} = 4\ t}$ bulunur.

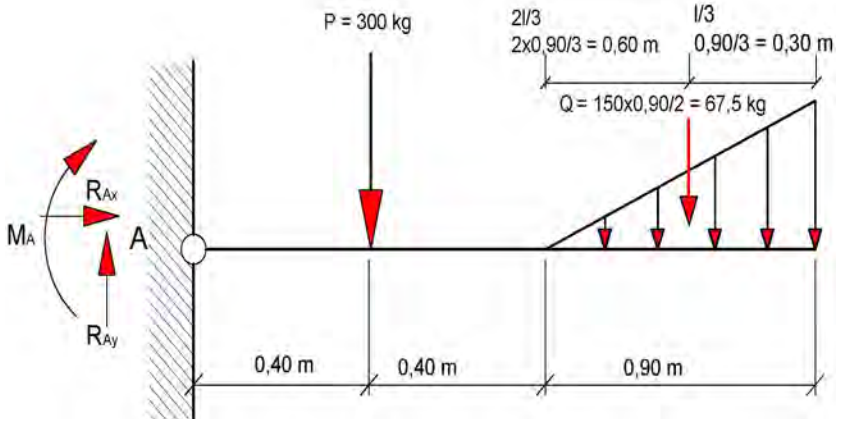
$\sum MA = 0$
$P_1 x4,5 + P_3 x1 + P_4 x2 - M_A = 0$
$3x4,5 + 1,2x1 + 0,8x2 - M_A = 0$
$13,5 + 1,2 + 1,6 = M_A \Rightarrow \mathbf{M_A = 16,3\ tm}$ olur.

Problem: Şekil 4.38'de verilen konsol kiriş sisteminde P tekil kuvveti ve q üçgen yayılı yük etkisi altında olan A ankastre mesnedindeki mesnet tepkilerini hesaplayınız.



Şekil 4.38: Tekil yük ve üçgen yayılı yük etkisi altındaki konsol kiriş

Çözüm: A ankastre mesnedi tepkileri ve üçgen yayılı yük Şekil 4.39'daki gibi gösterilir.



Şekil 4.39: Konsol kiriş mesnet tepkileri ve üçgen yayılı yükün tekil yüke çevrilmesi

Şekil 4.39'da verilenlere göre denge denklemleri yazılırsa

$\sum P_x = 0$
Konsol kirişin ankastre mesnedinde oluşan yatay mesnet tepkisi kirişi etkileyen herhangi bir yatay kuvveti olmadığından $R_{Ax} = 0$ olur.

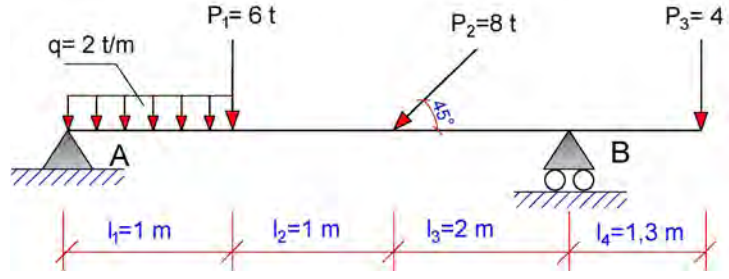
$\sum P_y = 0$
$R_{Ay} - P - Q = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 300 - 67,5 = 0$ buradan da $\mathbf{R_{Ay} = 367,5\ kg}$ bulunur.

$\sum M_A = 0$ saatin yönü (+) saatin tersi yönü (-) alınırsa

$M_A + Px0,40 + Qx1,40 = 0$
$M_A + 300x0,40 + 67,5x1,40 = 0$
$M_A + 120 + 94,5 = 0 \Rightarrow M_A = -214,5$ kgm olur ve M_A'nın işareti (-) olduğundan ankastre mesnette oluşan eğilme momentinin yönü değişir.

SIRA SİZDE

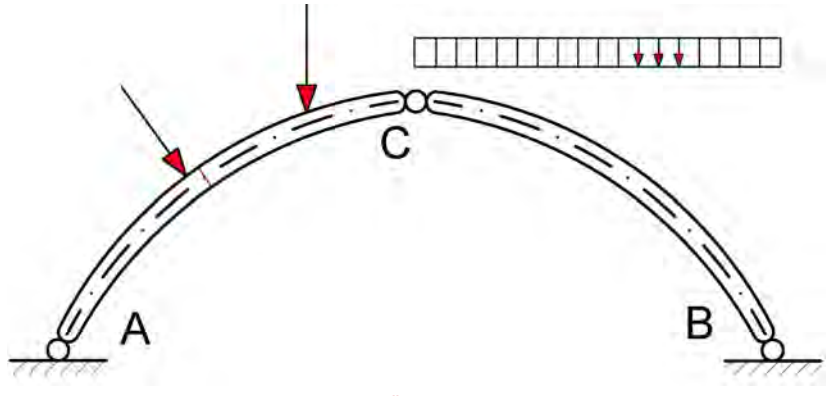
Şekil 4.40'ta verilen çıkmalı kiriş sistem düzgün yayılı, dik ve açısal konumlu yüklerin etkisi altındadır. Verilenlere göre A ve B mesnetlerinin tepkilerini hesaplayınız?



Şekil 4.40: Düzgün yayılı, dik ve açısal konumlu tekil yüklerin etkisi altındaki çıkmalı kiriş

4.3.3. Üç Mafsallı İzostatik Çerçeveler ve Kemerlerde Mesnet Tepkileri Hesaplama

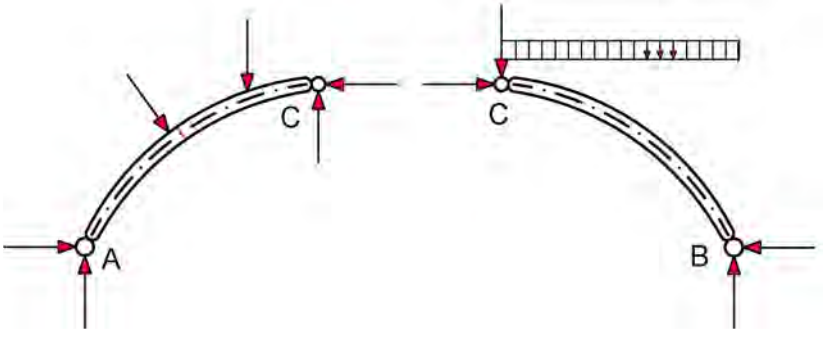
Birinci dereceden hiperstatik bir sistem olan iki mafsallı çerçeve veya kemere bir ara mafsal eklendiğinde elde edilen sistem **üç mafsallı sistem** olarak adlandırılır. Mafsal, eğilme momenti kabul etmeyen bir bağ türü olduğundan mafsala göre sistemin bir yarısına etki eden kuvvetlerin eğilme momentleri toplamı sıfır olmalıdır. Böylece denge denklemlerine ek olarak bir moment denklemi elde edilir. Dört bilinmeyen için denklem yeterli olduğundan üç mafsallı çerçeve veya kemerin izostatik olduğu anlaşılır (Şekil 4.41).



Şekil 4.41: Üç mafsallı sistem

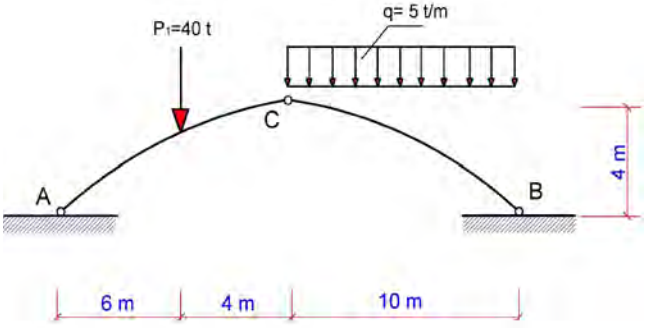
Üç mafsallı sistemin çerçeve veya kemer olması, mesnet tepkileri açısından herhangi bir fark oluşturmaz. Ara mafsallardaki mafsal kuvvetlerini belirlemek için sistem, mafsallardan parçalara ayrılarak bölünür. Her parçanın dengesinden bilinmeyenler hesaplanır.

Üç mafsallı sistemlerin mesnet tepkileri grafik (çizim) yöntemle de bulunabilir. Eğer ara mafsalın yalnız bir tarafında kuvvet varsa kuvvet olmayan taraftaki mesnet tepkisi ara mafsaldan geçmek zorundadır. Aksi takdirde mafsalda momentin sıfır olma şartı sağlanamaz. Bu şekilde doğrultusu belirlenen tepki kuvveti ile verilen dış kuvvet kesiştirilir. Kesim noktasını diğer mesnede birleştiren doğru ikinci mesnet tepkisinin doğrultusunu verir. Her iki mesnet tepkisinin doğrultusu belirlenince kuvvetler çokgeninden şiddet ve yönleri kolaylıkla bulunur. Ara mafsalın iki tarafında kuvvet olması durumunda bu işlem iki defa tekrarlanır. Bulunan sonuçlar toplanır ve mesnet tepkileri belirlenir (Şekil 4.42).



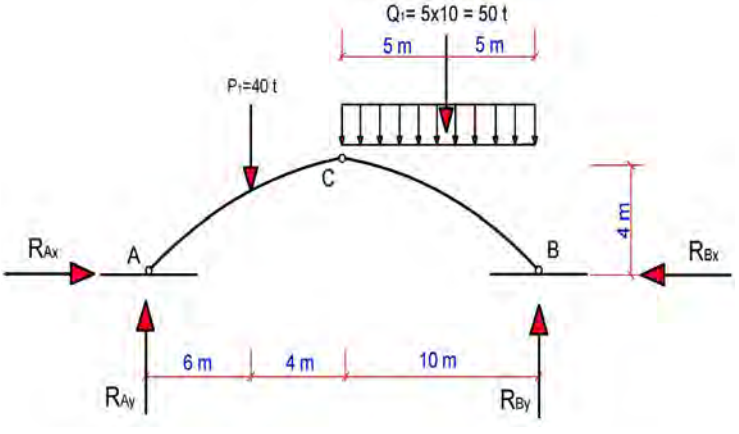
Şekil 4.42: Üç mafsallı sistemde mesnet ve mafsal tepkileri serbest cisim diyagramı

Problem: Şekil 4.43'te tekil yük ve düzgün yayılı yük etkisi altında olan izostatik kemerin A, B ve C mafsallarındaki mesnet tepkilerini hesaplayınız.



Şekil 4.43: Üç mafsallı izostatik kemer

Çözüm: İzostatik üç mafsallı kemerin A ve B mesnet tepkileri ve düzgün yayılı yük Şekil 4.44'teki gibi çizilerek gösterilir.



Şekil 4.44: Üç mafsallı izostatik kemer mesnet, mafsal tepkileri ve düzgün yayılı yükün tekil yüke çevrilmesi

İzostatik kemer kirişinin oturduğu A ve B mesnet tepkileri

$\sum P_x = 0$
Gerber kirişin mesnetlerinde oluşan yatay mesnet tepki denklemi $R_{Ax} - R_{Bx} = 0$ ve $\mathbf{R_{Ax} = R_{Bx}}$ olur.

$\sum P_y = 0$
$R_{Ay} - P_1 - Q_1 + R_{By} = 0 \Rightarrow R_{Ay} - 40 - 50 + R_{By} = 0$ buradan da $\mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 90\ t}$ bulunur.

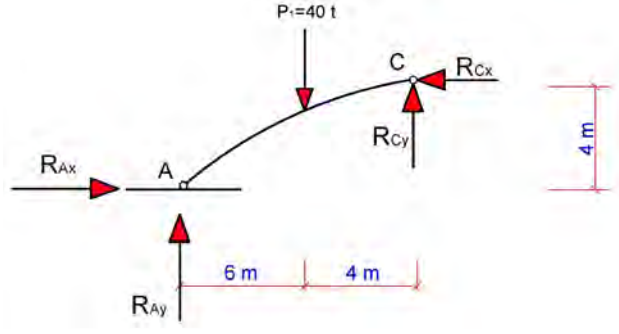
$\sum M_A = 0$ Saatin yönü (+) saatin tersi yönü (-) alınırsa

$P_1 x6 + Q_1 x15 - R_{By} x20 = 0$
$40x6 + 50x15 - R_{By} x20 = 0$

$240 + 750 = 20R_{By}$ olur. $20R_{By} = 990 \Rightarrow R_{By} = \frac{990}{20}$ buradan da $\mathbf{R_{By} = 49{,}5\ t}$ bulunur.

$\mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 90\ t}$ olarak bulunmuştu, denklemde R_{By} değeri yazılırsa; $R_{Ay} + 49{,}5 = 90$ t olur.
$R_{Ay} = 90 - 49{,}5 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} = 40{,}5\ t}$ bulunur.

İzostatik kemer kiriş sistemini C mafsalının solunda kalan yarı kısmın serbest cisim diyagramı çizilerek mafsalda oluşan tepkiler Şekil 4.45'te olduğu gibi gösterilir.



Şekil 4.45: Üç mafsallı izostatik kemer mafsal tepkileri serbest cisim diyagramı

İzostatik kemer kirişinin C mafsalında moment olmaması şartı;

$\sum M_C = 0$ Denge koşulana göre saatin yönü (+) saatin tersi yönü (-) alınırsa
$R_{Cx}.0 + R_{Cy}.0 + P_1.4 + R_{Ax}.4 - R_{Ay}.10 = 0$
$0 + 0 + 40x4 + 4R_{Ax} - 10R_{ay} = 0$

$160 - 10x49.5 = -4R_{ax}$, $160 - 495 = -4R_{ax}$, $-335 = -4R_{ax} \Rightarrow R_{ax} = \frac{335}{4}$ $R_{Ax} = \mathbf{83{,}75\ t}$ olur.

Mafsal Kuvvetleri

İzostatik kemer sisteminin sol yarısının izdüşüm denge denklemleri yazılırsa

$\sum P_x = 0$ Denge koşulundan $R_{Ax} - R_{Cx} = 0 \Rightarrow 83{,}75 - R_{Cx} = 0$
$\mathbf{R_{Cx} = 83{,}75\ t}$ bulunur.

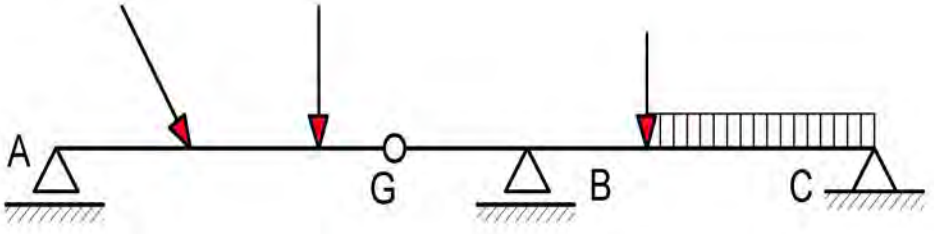
$\sum P_y = 0$ Denge koşulundan $R_{Ay} - P_1 + R_{Cy} = 0 \Rightarrow 40{,}5 - 40 + R_{Cy} = 0$
$\mathbf{R_{Cy} = -0{,}5\ t}$ bulunur (Negatif olduğundan kuvvetin yönü değişir.).

4.3.4. Gerber Kirişlerinde Mesnet Tepkileri Hesaplama

İki mesnetli basit kiriş yerine daha çok mesnetli sürekli kirişler olması halinde mesnet tepkileri sayısı üçten fazla olacağından bu tür sistemler hiperstatik olur. Bu tür sistemlerde sistemi izostatik hale getirebilmek için hiperstatiklik derecesi kadar ara mafsalın uygun şekilde yerleştirilmesi gerekir. Böylece izostatik hale getirilen sürekli kirişlere **Gerber kirişleri** adı verilir.

Bir başka tanımla; sürekli kirişlere ara mesnet sayısı kadar mafsal ekleyerek elde edilen izostatik sistemlere **Gerber kirişleri** denir.

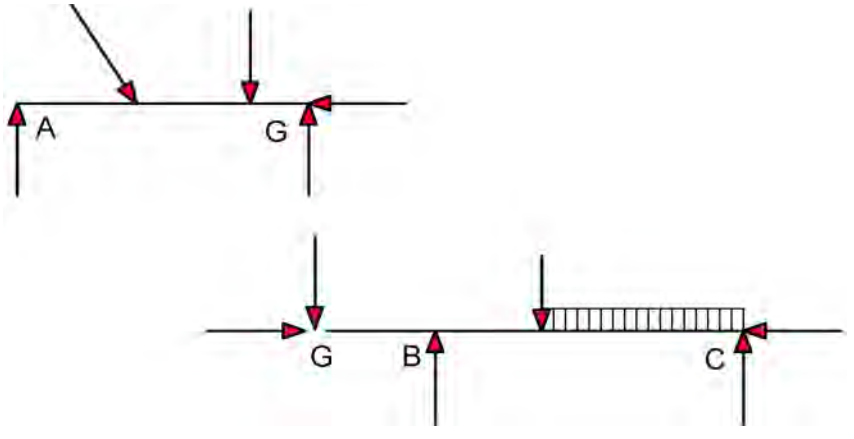
Gereğinden fazla sayıda mafsal, sistemi kararsız hâle getirir. Bu nedenle; açıklıklara birden fazla ve ara açıklıklara ikiden çok mafsal konulmamalıdır. Mafsallar düzenlenirken elde edilecek olan sistemin taşıyıcı olmasına dikkat edilmelidir (Şekil 4.46).



Şekil 4.46: Çeşitli yüklerin etkisi altındaki Gerber kirişi

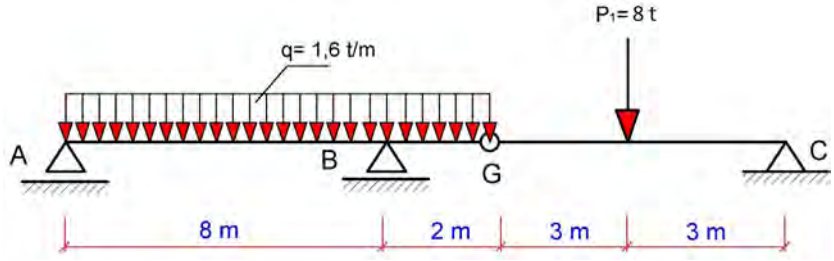
Gerber kirişlerinin mesnet tepkileri, genel olarak denge denklemlerine ara mafsal sayısı kadar eklenecek denklemlerle bulunur. Aynı zamanda mafsallı sistemlerde olduğu gibi sistem, mafsallardan parçalara ayrılarak hesaplanabilir. Gerber kirişi ara mafsallardan bölünmesi hâlinde basit kiriş, çıkmalı kiriş ve konsol kiriş gibi izostatik sistemler elde edilir. Bunların mesnet tepkileri ayrı ayrı hesaplanarak Gerber kirişine ait tepki kuvvetleri ile mafsal kuvvetleri belirlenir.

Gerber kirişinin serbest cisim diyagramı çizilerek mesnetlerde ve Gerber kiriş mafsalında oluşan tepkiler Şekil 4.47'de gösterilmiştir.



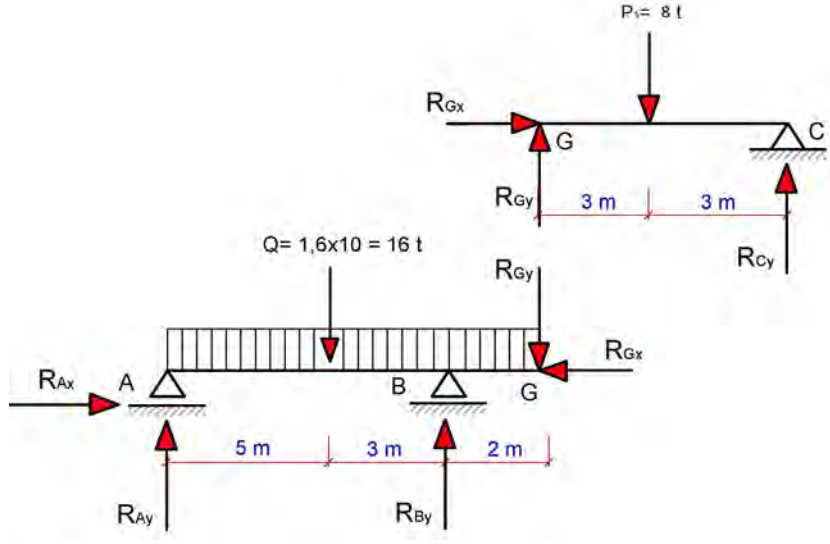
Şekil 4.47: Gerber kirişin oturduğu mesnetlerin ve Gerber mafsalı tepki kuvvetleri serbest cisim diyagramı

Problem: Şekil 4.48'de yükleme durumu verilen Gerber kirişin A, B ve C mesnetleri ile G mafsalındaki tepkileri hesaplayınız.



Şekil 4.48: Düzgün yayılı ve tekil yük etkisi altındaki Gerber kirişi

Çözüm: Yükleme durumu verilen Gerber kirişin mesnet ve Gerber mafsalının tepki kuvvetleri Şekil 4.49'da görüldüğü gibi serbest cisim diyagramı çizilerek gösterilir.



Şekil 4.49: Gerber kirişinin oturduğu mesnet ve Gerber mafsalı tepki kuvvetleri serbest cisim diyagramı

Sistem G mafsalından iki kısma ayrıldıktan sonra bir tane basit kiriş ve bir tane de çıkmalı kiriş elde edilir. Bu şekil, Gerber kirişlerinin mesnet tepkilerinin bulunması için indirgenmiş olur.

Şekil 4.48'de görülen GC kirişi simetri nedeniyle $\mathbf{R_{Cy} = R_{Gy} = 4\ ton}$ olur. Sistemi etkileyen yatay yük olmadığından $\mathbf{R_{Gx} = 0}$ olacaktır.

$\sum \mathbf{P_x = 0}$ denge koşulundan Şekil 4.48'de görülen ABG kirişinde yatay yük olmadığından $\mathbf{R_{Ax} = 0}$ olur.

$\sum \mathbf{P_y = 0}$ denge koşulundan $R_{Ay} + R_{By} - 1{,}6x(8+2) - 4 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 20\ ton}$ bulunur.

$\sum \mathbf{M_A = 0}$ denge koşulundan $Q.5 + R_{Gy}.10 - R_{By}.8 = 0 \Rightarrow 16x5 + 4x10 - R_{By}.8$

$8R_{By} = 80 + 40$ buradan da $8R_{By} = 120 \Rightarrow R_{By} = \dfrac{120}{8}$ ve $\mathbf{R_{By} = 15\ ton}$ bulunur.

$R_{Ay} + R_{By} = 20$ ton olduğuna göre $R_{Ay} + 15 = 20$ olur.

Buradan da $R_{Ay} = 20 - 15 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} = 5\ ton}$ bulunur.

4.3.5. Kafes Kiriş Sistemlerinde Mesnet Tepkileri Hesaplama

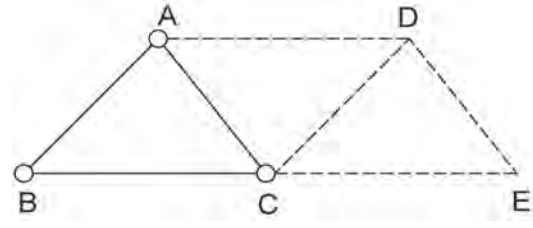
Dolu gövdeli sistemlerde büyük açıklıkları geçmek veya geniş açıklıkları kapatmak ekonomik olamayacağı için uygun taşıyıcı sistemlerin başında kafes sistemler gelir. Kafes sistemler, doğru eksenli çubukların uçlarından birbirleriyle birleştirilmesiyle elde edilir. Çubukların birleştiği noktalara kafes sistemin **düğüm noktaları** adı verilir. Mesnetler de bir tür düğüm noktalarıdır.

Düğüm noktalarındaki kafes kirişlerin çubuk kuvvetleri denge denklemleri ile çözülür. Kafes sistemi oluşturan çubuklarda oluşan kuvvetleri ayrıt edilebilmesi için çubuk **çekme kuvveti ise (+) ve basınç kuvveti ise (-)** işareti ile ifade edilir.

Kafes sistemler, düzlem veya uzay kafes sistemler şeklinde olabilir. Teşkil şekillerine göre ise kafes sistemler; basit, birleşik ve karışık kafes sistemlerdir. Kafes sistemler; gerek mesnet, gerekse çubuk kuvvetleri açısından izostatik sistemlerdir. Düzlem kafes sistem kirişlerinin oturduğu mesnetlerin tepki kuvvetleri de tıpkı basit kiriş, çıkmalı kiriş ve konsol kirişlerde olduğu gibi denge denklemleri ile hesaplanabilen izostatik sitemlerdir.

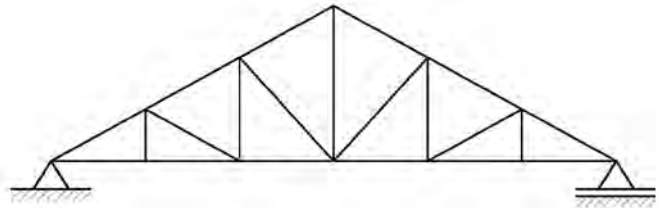
Bütün çubukları, düğüm noktaları ve yükleri aynı düzlemde olan sistemlere düzlem kafes sistem adı verilir. Uçlarında mafsallı olarak birleşen üç çubuğun oluşturduğu sistem, en basit bir düzlem kafes sistem örneğidir.

Üç çubukla teşkil edilen kafes sisteme **temel üçgen sistem** adı verilir (Şekil 4.50). Temel üçgen kafesten başlayarak iki düğüm noktasına iki çubukla bağlanan her yeni düğüm noktası ile daha büyük kafes sistemler elde edilir. Bu şekilde elde edilen kafes sistemlere **basit kafes sistemler** denir.



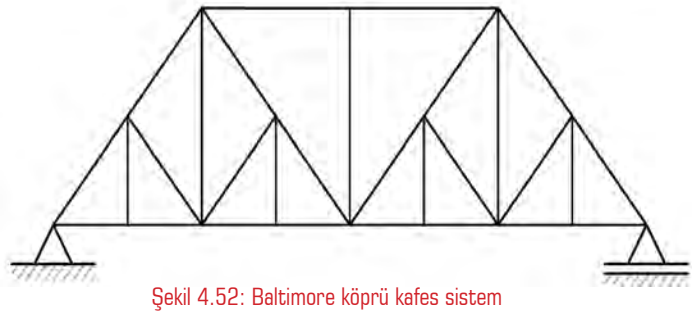
Şekil 4.50: Temel üçgenden oluşturulan basit kafes sistem

Howe sistemi olarak bilinen ve tipik bir çatı makası olarak kullanılan sistem **basit kafes sistem** olarak adlandırılır (Şekil 4.51). Ancak üçgenlerden oluştuğu halde bu kurala uymayan **Baltimore köprü kafes kirişi** gibi sistemler basit kafes sistem değildir (Şekil 4.52).



Şekil 4.51: Howe tipi basit kafes sistem

Basit kafes kiriş sistemlerinde düğüm noktaları sayısı (mesnetler dâhil) d, çubuk sayısı s ile gösterilirse **s = 2d-3** bağıntısı ile çubuk sayısı hesaplanır.

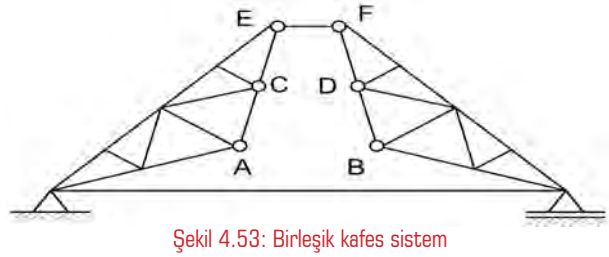


Şekil 4.52: Baltimore köprü kafes sistem

İki basit sistemin birbirine paralel olmayan ve bir noktada kesişmeyen üç çubukla birleştirilmesiyle elde edilen kafes sisteme **birleşik kafes sistem** adı verilir (Şekil 4.53).

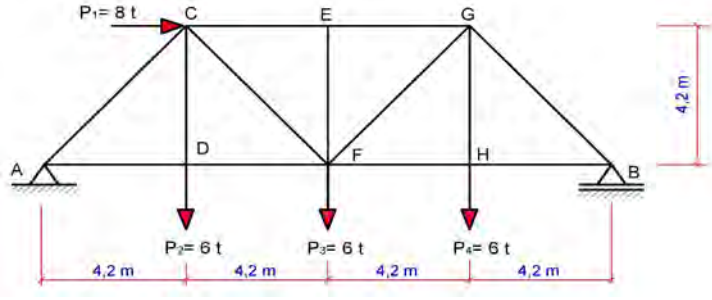
Bileşik kafes sistemlerde de çubuk sayısı; **s = 2d-3** bağıntısı ile hesaplanır. Basit ve birleşik kafes sistemler dışında kalan sistemlere **karışık kafes sistemler** adı verilir.

Düzlem kafes sistemler; uygulamada dolu gövdeli taşıyıcı sistemler gibi basit veya çıkmalı kafes kiriş, konsol kafes kiriş, kafes çerçeve, üç mafsallı çerçeve veya kemer ve Gerber kafes kiriş şeklinde olabilir.



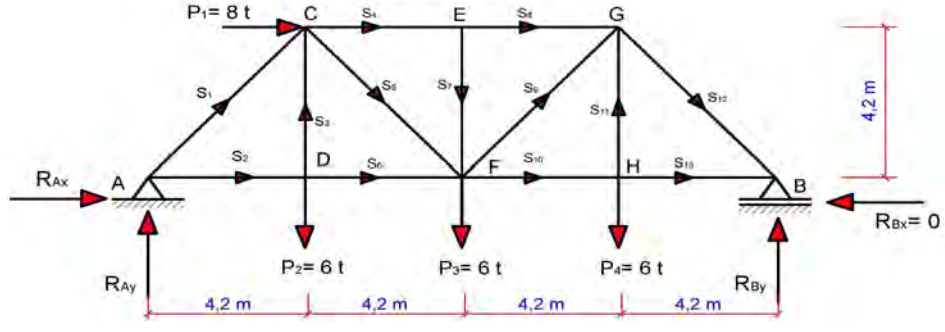
Şekil 4.53: Birleşik kafes sistem

Problem: Şekil 4.54'te yükleme durumu verilen izostatik kafes kirişin çubuk kuvvetlerini gösteriniz ve mesnetlerde oluşan tepkileri hesaplayınız.



Şekil 4.54: Yükleme durumu verilen izostatik kafes sistem

Çözüm: İzostatik kafes kirişin mesnet tepkileri ve çubuk kuvvetleri Şekil 4.55'te olduğu gibi çizilerek gösterilir.



Şekil 4.55: İzostatik kafes kirişin mesnet tepkileri ve çubuk kuvvetleri serbest cisim diyagramı

$\sum \mathbf{P_x = 0}$ denge koşulundan $R_{Ax} + P_1 - R_{Bx} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - 8 - 0 = 0$ ve $\mathbf{R_{Ax} = 8\ ton}$ bulunur.

$\sum \mathbf{P_y = 0}$ denge koşulundan $R_{Ay} - 6 - 6 - 6 + R_{By} = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 18\ ton}$ olur.

$\sum \mathbf{M_A = 0}$ denge koşulundan $P_1x4{,}2 + P_2x4{,}2 + P_3x8{,}4 + P_4x12{,}6 - 16{,}8.R_{By} = 0$

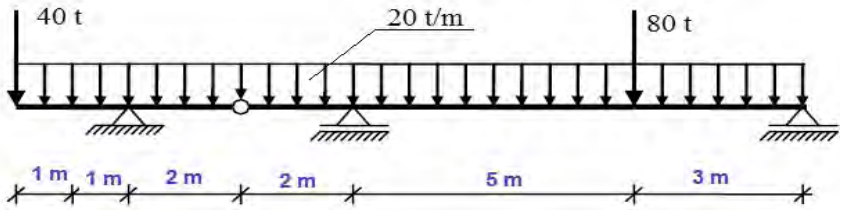
$8x4{,}2 + 6x4{,}2 + 6x8{,}4 + 6x12{,}6 - 16{,}8.R_{By} = 0$

$16{,}8R_{By} = 33{,}6 + 25{,}2 + 50{,}4 + 75{,}6$ buradan da $16{,}8R_{By} = 184{,}8 \Rightarrow R_{By} = \dfrac{184{,}8}{16{,}8}$ ve $\mathbf{R_{By} = 11\ ton}$ bulunur.

$R_{Ay} + R_{By} = 18$ ton olduğuna göre $R_{Ay} + 11 = 18$ olur. Buradan da $R_{Ay} = 18 - 11 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} = 7\ ton}$ bulunur.

SIRA SİZDE

Şekil 4.56'da yükleme durumu verilen Gerber kirişin oturduğu mesnetlerde ve Gerber mafsalında oluşan tepki kuvvetlerini hesaplayınız?



Şekil 4.56: Düzgün yayılı ve tekil yüklerin etkisi altındaki Gerber kirişi

4.4. UYGULAMA

BASİT VE ÇIKMALI KİRİŞLERDE TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA

8 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

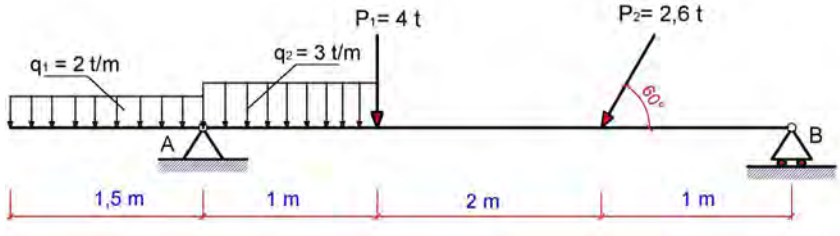
36151

Bu çalışmanın amacı, kirişlerde tepki kuvvetlerini hesaplama ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Kirişlerde mesnet tepkisi uygulamasını işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 4.57'de yükleme durumu verilen çıkmalı kirişin A ve B mesnetlerindeki tepki kuvvetlerini hesaplayınız.



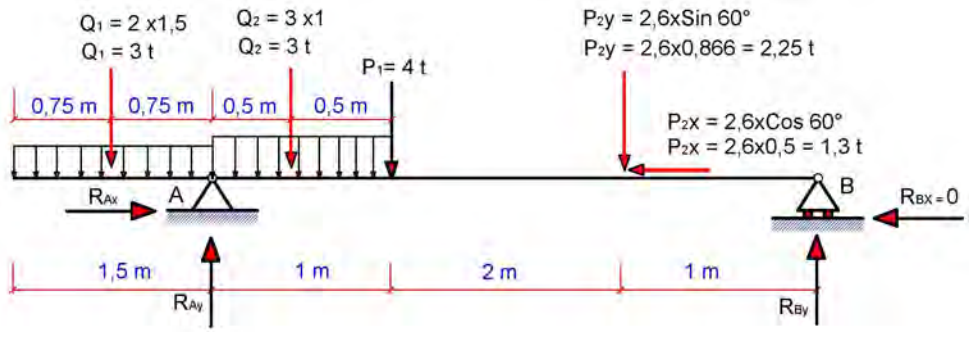
Şekil 4.57: Düzgün yayılı, düşey ve açısal yük etkisi altındaki çıkmalı kiriş

Yönerge

- **Çalışmanızda düzgün yayılı yüklerin tekil yüke çevrilmesine dikkat ediniz.**
- **Çalışmanızda açısal yükün yatay ve düşey izdüşümlerini hesaplarken açı değerlerini doğru almaya dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Şekil 4.57'de verilen çıkmalı kirişin A ve B mesnetlerindeki tepki kuvvetleri de gösterilerek serbest cisim diyagramı çizilir (Şekil 4.58).
- Çizilen serbest çizim diyagramında çıkmalı kirişteki 2 adet düzgün yayılı yük, tekil yüke çevrilir ve tekil yükün etki mesafeleri gösterilir (Şekil 4.58).
- Çıkmalı kirişe etki eden açısal yük, yatay ve düşey izdüşümlerine ayrılarak hesaplanır (Şekil 4.58).



Şekil 4.58: Çıkmalı kiriş serbest cisim diyagramı

- Yatay yöndeki kuvvetlerin denge koşulu ile A ve B mesnetlerindeki yatay tepki kuvvetleri bulunur.

$\sum \mathbf{P_x = 0}$ denge koşulundan B mesnedi hareketli olduğundan $\mathbf{R_{Bx} = 0}$ olur.
$R_{Ax} - P_{2x} - R_{Bx} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - 1,3 - 0 = 0$ buradan da $R_{Ax} = 1,3$ t bulunur.

- Çizilen serbest çizim diyagramına göre düşey yöndeki kuvvetlerin denge koşulu ile A ve B mesnetlerindeki düşey tepki kuvvetlerinin toplamı bulunur.

$\sum \mathbf{P_y = 0}$ denge koşulundan $-Q_1 + R_{Ay} - Q_2 - P_1 - P_{2y} + R_{By} = 0$

$-3 + R_{Ay} - 3 - 4 - 2,25 + R_{By} = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 12,25\ t}$ bulunur.

- A noktasına göre çıkmalı kirişe etki eden yatay ve düşey kuvvetlerin A noktasına göre momenti alınarak B mesnedindeki düşey tepki kuvveti hesaplanır.

$\sum \mathbf{M_A = 0}$ denge koşulundan

$-Q_1.0,75 + R_{Ax}.0 + Q_2.0,5 + P_1.1 + P_{2y}.3 + P_{2x}.0 - R_{By}.4 - R_{Bx}.0 = 0$

$-3x0,75 + 0 + 3x0,5 + 4x1 + 2,25x3 + 0 + R_{By}.4 - 0 = 0 \Rightarrow 4R_{By} = -2,25 + 1,5 + 4 + 6,75$ olur.

$4R_{By} = 10 \Rightarrow R_{By} = \frac{10}{4}$ buradan da $\mathbf{R_{By} = 2,5\ t}$ bulunur.

- A ve B mesnetlerinin düşey tepki kuvvetlerinin toplamında bulunan iki bilinmeyenli denklemde B mesnedindeki düşey tepki kuvveti değeri yerine konur ve A mesnedindeki düşey tepki kuvveti bulunur.

R_{Ay} + R_{By} = 12,25 t denkleminden R_{By} düşey mesnet tepkisi yerine konursa

R_{Ay} + 2,5 = 12,25 t ⇒ **R_{Ay} = 9,25 t** bulunur.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Çıkmalı kirişin A ve B mesnetlerindeki tepki kuvvetlerini göstererek serbest cisim diyagramını çizdiniz mi?		
2	Çıkmalı kirişteki 2 adet düzgün yayılı yükü tekil yüke çevirip tekil yüklerin etki mesafelerini gösterdiniz mi?		
3	Çıkmalı kirişe etki eden açısal yükü yatay ve düşey izdüşümlerine ayırarak hesapladınız mı?		
4	Yatay yöndeki kuvvetlerin denge koşulu ile A ve B mesnetlerindeki yatay tepki kuvvetlerini buldunuz mu?		
5	Düşey yöndeki kuvvetlerin denge koşulu ile A ve B mesnetlerindeki düşey tepki kuvvetlerinin toplamını buldunuz mu?		
6	A noktasına göre çıkmalı kirişe etki eden yatay ve düşey kuvvetlerin A noktasına göre momentini alarak B mesnedindeki düşey tepki kuvvetini hesapladınız mı?		
7	A ve B mesnetlerinin düşey tepki kuvvetlerinin toplamı ile bulunan iki bilinmeyenli denklemde B mesnedindeki düşey tepki kuvveti değerini kullanarak A mesnedindeki düşey tepki kuvvetini buldunuz mu?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	30	60	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

4.5. UYGULAMA ÇERÇEVE VE KEMER SİSTEMİ KİRİŞLERİNDE TEPKİ KUVVETLERİNİ HESAPLAMA

2 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

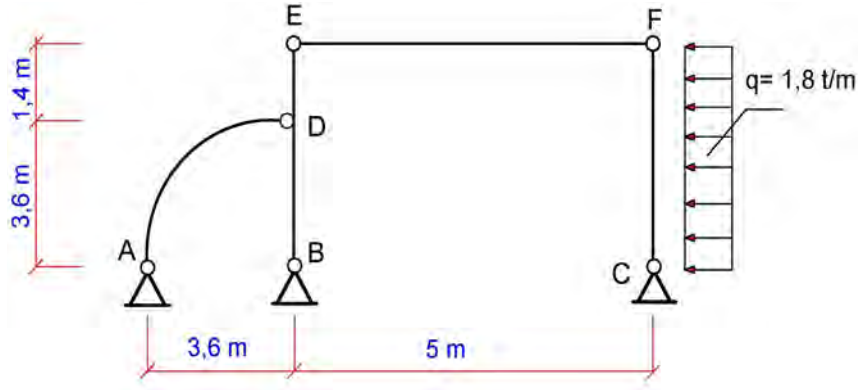
36152

Bu çalışmanın amacı, kirişlerde mesnet tepki kuvvetlerini hesaplama ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Kirişlerde mesnet tepki kuvvetlerini hesaplama uygulamasını işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

- Şekil 4.59'da yarım kemer ve çerçeveden oluşan kiriş sisteminin A, B, C mesnetlerinde ve D, E ve F mafsallarında oluşan tepkilerini hesaplayınız.



Şekil 4.59: Yarım kemer ve çerçeve kiriş sistemi

Yönerge

- **Çalışmanızda düzgün yayılı yükü tekil yüke çevirirken dikkat ediniz.**
- **Çalışmanızda serbest cisim diyagramlarını oluştururken mesnetleri ve tepki yönlerini doğru belirlemeye dikkat ediniz.**
- **Çalışmanızda denge koşulları ile oluşturacağınız denklemlerde hata yapmamaya dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde net olarak görebilirsiniz.**

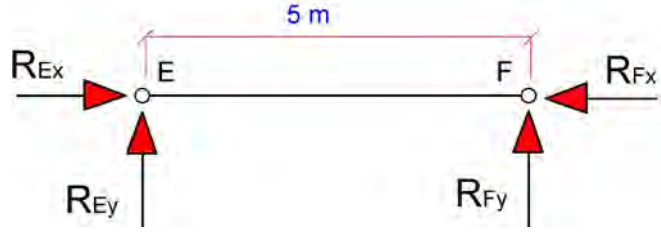
İşlem Basamakları

- Şekil 4.59'da verilen çerçevenin E ve F mafsallarının serbest cisim diyagramı çizilir (Şekil 4.60).
- Çizilen serbest çizim diyagramına göre mafsallarda oluşan tepki kuvvetleri denge koşulları ile hesaplanır.

EF den;
$\Sigma M_E = 0$
$\mathbf{R_{Fy} = 0}$ olur.

$\Sigma P_y = 0$ ise $R_{Ey} + R_{Fy} = 0$
$\mathbf{R_{Ey} = 0}$ olur.

$\Sigma P_x = 0$ ise $R_{Ex} - R_{Fx} = 0$
$\mathbf{R_{Ex} = R_{Fx}}$



Şekil 4.60: E ve F mafsalları serbest cisim diyagramı

- Şekil 4.59'da verilen kemer ve çerçevenin A, B ve C mesnetleri ile D, E ve F mafsallarının serbest cisim diyagramları çizilir (Şekil 4.61).
- Çizilen serbest çizim diyagramlarına göre mesnetlerde ve mafsallarda oluşan tepki kuvvetleri denge koşulları ile hesaplanır.

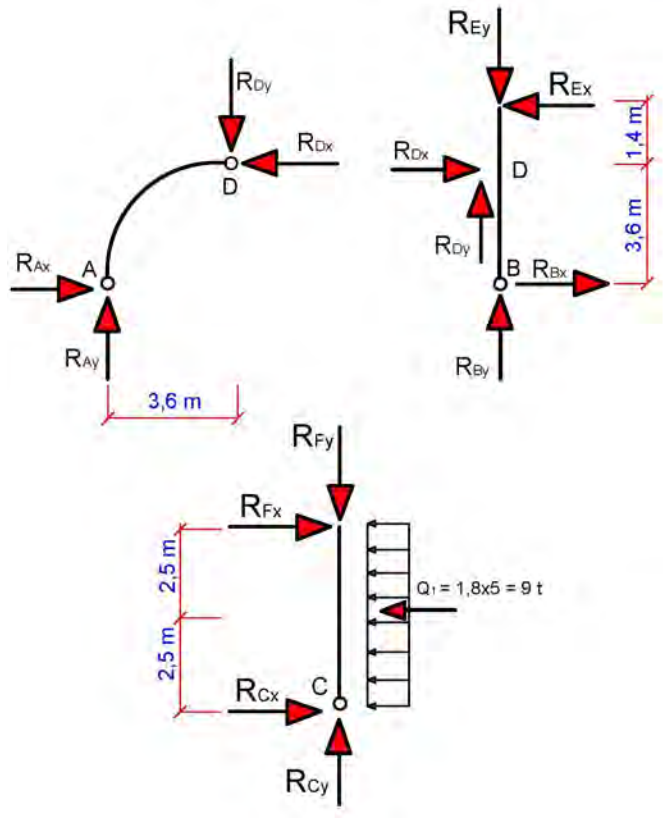
FC den;
$\Sigma M_F = 0$ denge koşulundan
$2,5.(5.1,8) - 5.R_{Cx} = 0$
$\mathbf{R_{Cx} = 4,5\ ton}$ olur.

$\Sigma P_y = 0$ denge koşulundan
$R_{Cy} = R_{Fy} = 0$
$\mathbf{R_{Cy} = R_{Fy}}$ olur.

$\Sigma \mathbf{Px = 0}$ denge koşulundan
$R_{Fx} + R_{Cx} - Q_1 = 0$
$R_{Fx} + 4,5 - 9 = 0$
$\mathbf{R_{Fx} = 4,5\ ton}$ bulunur.
$\mathbf{R_{Ex} = R_{Fx}}$
EF den bulunmuştu buradan da
$\mathbf{R_{Fx} = 4,5\ ton}$ olur.

ABDE den;
$\Sigma \mathbf{Px = 0}$ denge koşulundan
$R_{Ax} + R_{Bx} - 4,5 = 0$
$\mathbf{R_{Ax} + R_{Bx} = 4,5\ ton}$ olur.

$\Sigma \mathbf{Py = 0}$ denge koşulundan
$\mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 0}$
$\Sigma \mathbf{M_A = 0}$ denge koşulundan
$5.4,5 + 3,6.R_{By} - 3,6.R_{Ey} = 0$
$\mathbf{R_{By} = -6,25\ ton}$ ve $\mathbf{R_{Ay} = 6,25\ ton}$ bulunur.



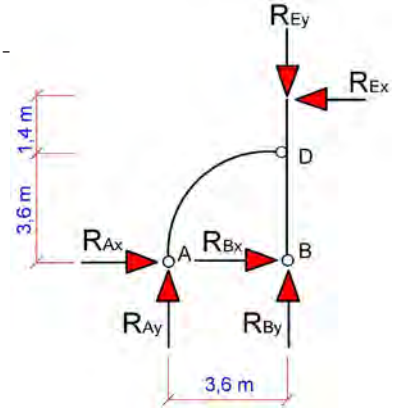
Şekil 4.61: A, B, C mesnetleri ile D, E, F mafsalları serbest cisim diyagramları

- Şekil 4.59'da verilen kemer ve çerçevenin A, B mesnetleri ile D, E mafsallarının serbest cisim diyagramları çizilir (Şekil 4.62).
- Çizilen serbest çizim diyagramlarına göre mesnetlerde ve mafsallarda oluşan tepki kuvvetleri denge koşulları ile hesaplanır.

AD den;
$\Sigma M_D = 0$ denge koşulundan
$3,6.R_{Ay} - 3,6.R_{Ax} = 0$
$\mathbf{R_{Ay} = R_{Ax} = 6,25\ ton}$ bulunur.
$R_{Bx} = -6,25 + 4,50$
$\mathbf{R_{Bx} = -1,75\ ton}$ olur.

$\Sigma P_x = 0$ denge koşulundan
$\mathbf{R_{Dx} = R_{Ax} = 6,25\ ton}$ olur.

$\Sigma P_y = 0$ denge koşulundan
$\mathbf{R_{Dy} = R_{Ay} = 6,25\ ton}$ olur.



Şekil 4.62: A, B mesnetleri ile D, E mafsalları serbest cisim diyagramı

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Çerçeve kiriş sisteminde E ve F mafsallarının serbest cisim diyagramını çizdiniz mi?		
2	E ve F mafsalları serbest çizim diyagramına göre mafsallarda oluşan tepki kuvvetlerini denge koşulları ile hesapladınız mı?		
3	Kemer ve çerçevenin A, B ve C mesnetleri ile D, E ve F mafsallarının serbest cisim diyagramlarını çizdiniz mi?		
4	A, B ve C mesnetleri ile D, E ve F mafsalları serbest çizim diyagramlarına göre mesnetlerde ve mafsallarda oluşan tepki kuvvetlerini denge koşulları ile hesapladınız mı?		
5	Kemer ve çerçevenin A, B mesnetleri ile D, E mafsallarının serbest cisim diyagramını çizdiniz mi?		
6	Kemer ve çerçevenin A, B mesnetleri ile D, E mafsalları serbest çizim diyagramına göre mesnetlerde ve mafsallarda oluşan tepki kuvvetlerini denge koşulları ile hesapladınız mı?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	20	70	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

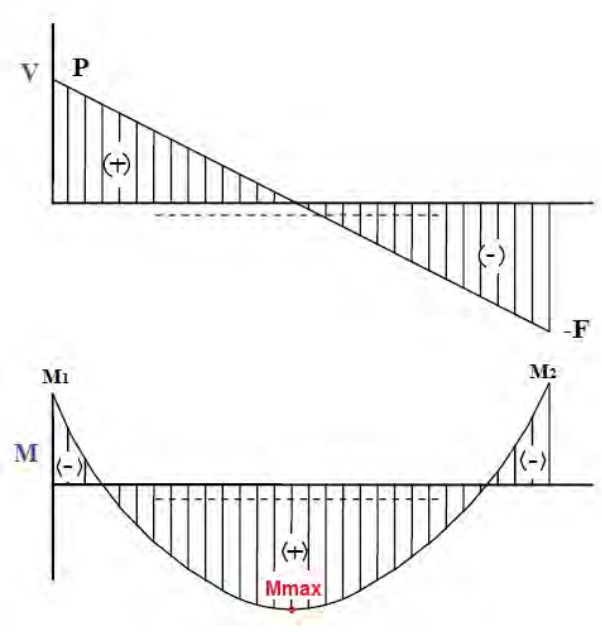
HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

Yapılarda kirişleri etkileyen, yükler karşısındaki davranışlarını ifade eden kesit tesirlerini araştırınız ve bunları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

4.6. KİRİŞLERDE KUVVET DİYAGRAMLARINI ÇİZME

Bu öğrenme biriminde; izostatik dolu gövdeli sistemlerin, üç mafsallı çerçevelerin, kemerlerin, Gerber kirişlerinin ve kafes sistemlerin mesnet tepkileri ile bu sistemleri etkileyen yükler altında normal kuvvet, kesme kuvvetleri ve eğilme momenti kuvvet diyagramlarının çizilmesine değinilecektir.

Kiriş sistemlerinde kuvvet diyagramları çizilirken; düşey kesme kuvvetlerinin aşağıdan yukarı yönlü pozitif yönleri yukarı doğru ve yukarıdan aşağı yönlü negatif yönleri aşağı doğru alınır. Eğilme momentlerinin pozitif yönü aşağı doğru ve negatif yönleri ise yukarı doğru alınarak çizilir (Şekil 4.63).



Şekil 4.63: Kesme kuvveti ve eğilme momenti kesit tesirleri diyagramları örneği

Kirişleri yatay yönde etkileyen kuvvetlerin diyagramları çizilirken soldan sağa yönlü kuvvetlerin pozitif yönleri yukarı doğru çizilir. Sağdan sola yönlü kuvvetlerin negatif yönleri aşağı doğru çizilir.

Kirişlerde Kuvvet Diyagramları Çizimi İşlem Basamakları

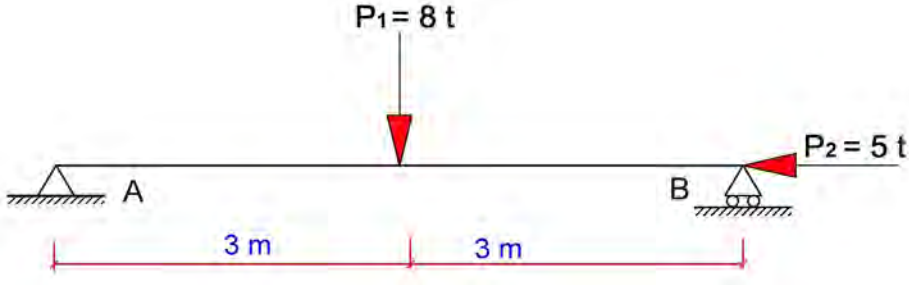
- Sisteme etkileyen mesnetlerin tepki kuvvetleri ve yönleri kabul edilerek gösterilir.
- Kirişi etkileyen açısal, düzgün yayılı, üçgen yayılı vb. yükler var ise tekil yüke çevrilir.
- Kirişi etkileyen düzgün yayılı, üçgen yayılı vb. yüklerin kirişi etkilediği mesafelerin mesnetlere olan uzaklıkları belirlenir.
- Mesnet tepkileri denge denklemleri yardımıyla hesaplanır.
- Hesaplanan mesnet tepkileri ve kiriş sistemini etkileyen yatay yönlü yükler göz önünde bulundurularak normal kuvvetler (N) diyagramı çizilir.

- Hesaplanan mesnet tepkileri ve kiriş sistemini etkileyen düşey yönlü yükler göz önünde bulundurularak kesme kuvvetleri (V) diyagramı çizilir.
- Çizilen kesme kuvvetleri diyagramındaki geometrik şekillerden oluşan alanlar hesaplanır.
- Düşey kuvvetlerin türü ve yönlerine göre kesme kuvvet diyagramı alanları ve yüklerin türüne göre eğilme momenti (M) diyagramı çizilir.
- Çizilen eğilme momenti diyagramlarından en büyük ve en küçük eğilme momenti tespit edilir.

BİLGİ KUTUSU

Kirişlerde kesit tesirleri ile belirli noktalarda kesilerek kesit tesirleri hesap değerleri bulunur. Kirişte istenilen yerlerde yapılacak kesimler ile elde edilen kısmi kesitlerde denge denklemleri kullanılarak kesit tesirlerinin yatay, düşey ve moment denklemleri oluşturularak kesit alınan noktalardaki etkiler bulunur.

Problem: Şekil 4.64'te yükleme durumu verilen basit kirişin mesnet tepkilerini hesaplayarak normal kuvvet (N), kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) diyagramlarını çiziniz.



Şekil 4.64: Tekil kuvvet etkisi altındaki basit kiriş

Çözüm:

- Denge denklemleri ile basit kirişin mesnet tepkileri hesaplanır.

$\sum \mathbf{P_x = 0}$ denge koşulundan B mesnedi hareketli mesnet olduğundan $\mathbf{R_{Bx} = 0}$ olur.
$R_{Ax} - P_2 - R_{Bx} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - 5 - 0 = 0$ ve $\mathbf{R_{Ax} = 5\ ton}$ bulunur.

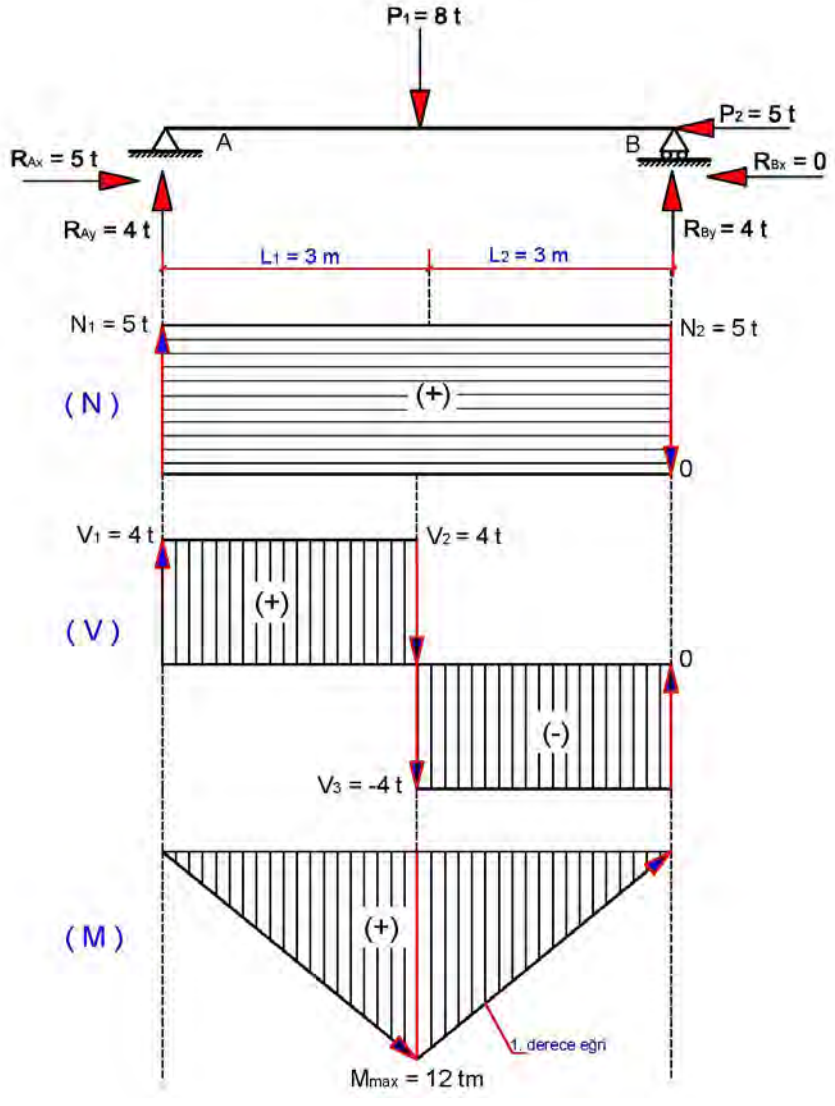
$\sum \mathbf{P_y = 0}$ denge koşulundan $R_{Ay} - 8 + R_{By} = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 8\ ton}$ olur.

$\sum \mathbf{M_A = 0}$ denge koşulundan $P_1.3 - P_2.0 - 6.R_{By} = 0$
$8x3 + 0 - 6xR_{By} = 0$

$6R_{By} = 24$ buradan da $R_{By} = \frac{24}{6}$ ve $\mathbf{R_{By} = 4\ ton}$ bulunur.

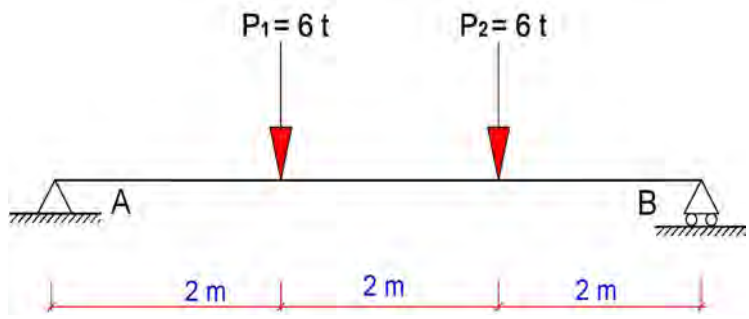
$R_{Ay} + R_{By} = 8$ ton olduğuna göre $R_{Ay} + 4 = 8$ olur. Buradan da $R_{Ay} = 8 - 4 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} = 4\ ton}$ bulunur.

- Hesaplanan basit kirişin mesnet tepkileri Şekil 4.65'te olduğu gibi gösterilir.
- Normal kuvvet (N) diyagramı çizilirken yatay yönde olan kuvvetlerden soldan sağa olan kuvvetler yukarı yönlü ve sağdan sola kuvvetler aşağı yönlü Şekil 4.65'te olduğu gibi çizilir.
- Kesme kuvvet (V) diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetler yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetler aşağı doğru çizilir. Kirişin boş olan kısımları doğrusal çizgi ile ifade edilir.
- Eğilme momenti (M) diyagramı çizilirken kesme kuvvet diyagramında doğrusal olarak çizilen kısımlar 1. dereceden eğri olarak çizilir. Maximum momentin (M_{max}) oluşacağı nokta P_1 kuvveti kesim noktasıdır. Kesme kuvvet diyagramında $V_1 = V_2 = 4$ t olur.
- Kesme kuvvet diyagramında oluşan dikdörtgenin alanı yani moment değeri;
  $M_{max} = V_2 x L_1 = 4x3 = 12$ tm bulunur.
- Eğilme momenti diyagramı 12 tm'lik nokta işaretlenerek eğilme momenti diyagramı Şekil 4.65'te olduğu gibi çizilir.



Şekil 4.65: Tekil kuvvet etkisi altındaki basit kiriş mesnet tepkileri N, V ve M diyagramları

Problem: Şekil 4.66'da yükleme durumu verilen basit kirişin mesnet tepkilerini hesaplayarak kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) diyagramlarını çiziniz.



Şekil 4.66: İki tekil kuvvet etkisi altındaki basit kiriş

- **Çözüm:** Basit kirişin oturduğu A ve B mesnet tepki kuvvetleri hesaplanır.

$\sum P_x = 0$ denge koşulu, kirişi etkileyen yatay kuvvet olmadığından
$R_{Ax} = 0$ **ve** $R_{Bx} = 0$ olur.

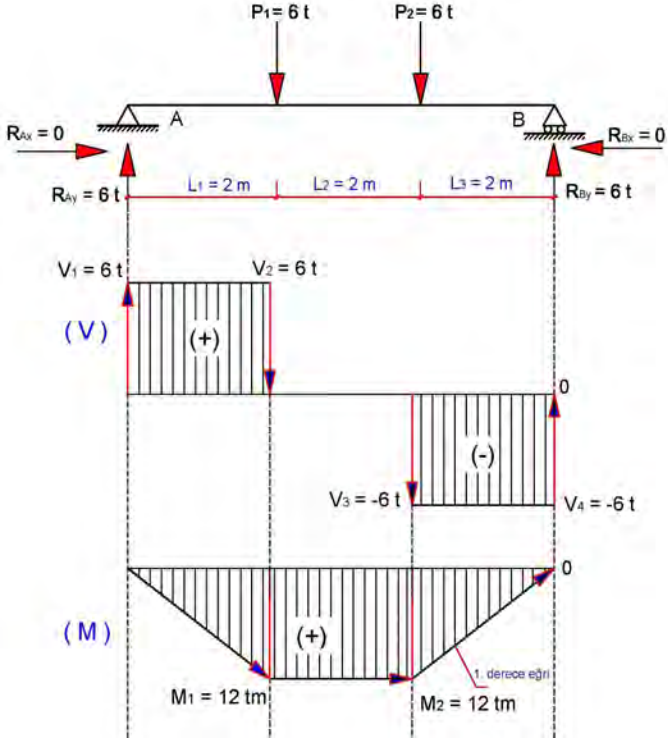
$\sum P_y = 0$ denge koşulundan $R_{Ay} - 6 - 6 + R_{By} = 0 \Rightarrow$ $R_{Ay} + R_{By} = 12$ **ton** olur.

$\sum M_A = 0$ denge koşulundan
$P_1.2 + P_2.4 - 6.R_{By} = 0$

$6x2 + 6x4 - 6xR_{By} = 0$

$6R_{By} = 36$ buradan da $R_{By} = \frac{36}{6}$ ve
$R_{By} = 6$ **ton** bulunur.

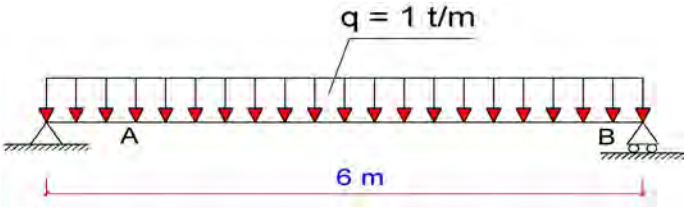
$R_{Ay} + R_{By} = 12$ ton olduğuna göre
$R_{Ay} + 6 = 8$ olur. Buradan da
$R_{Ay} = 12 - 6 \Rightarrow$ $R_{Ay} = 6$ **ton** bulunur (Şekil 4.67).



Şekil 4.67: İki tekil kuvvet etkisi altındaki basit kiriş mesnet tepkileri N, V ve M diyagramları

- Hesaplanan basit kirişin mesnet tepkileri Şekil 4.67'de olduğu gibi gösterilir.
- Kesme kuvvet (V) diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetler yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetler aşağı doğru çizilir. Kirişte boş olan kısımlar doğrusal çizgi ile ifade edilir (Şekil 4.67).
- Eğilme momenti (M) diyagramı çizilirken kesme kuvvet diyagramında doğrusal olarak çizilen kısımlar 1. dereceden eğri olarak çizilir. Maximum momentin (M_{max}) oluşacağı nokta P_1 ve P_2 kuvveti kesim noktalarıdır. Kesme kuvvet diyagramında $V_1 = V_2 = 6$ **t ve** $V_3 = V_4 = -6$ **t** olur (Şekil 4.67).
- Kesme kuvvet diyagramında eşit oluşan dikdörtgenin alanı yani moment değeri
$M_1 = M_{max} = V_1 x L_1 = 6x2 = 12$ **tm** bulunur.
- Eğilme momenti diyagramı 12 tm'lik moment değerleri P_1 ve P_2 kuvvetlerinin etkidiği noktalardan işaretlenerek eğilme momenti diyagramı Şekil 4.67'de olduğu gibi çizilir.

Problem: Şekil 4.68'de yükleme durumu verilen basit kirişin mesnet tepkilerini hesaplayarak kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) diyagramlarını çiziniz.



Şekil 4.68: Düzgün yayılı yük etkisi altındaki basit kiriş

Çözüm:

- Basit kirişin oturduğu A ve B mesnet tepki kuvvetleri hesaplanır.

$\sum P_x = 0$ denge koşulundan, kirişi etkileyen yatay kuvvet olmadığından
$R_{Ax} = 0$ **ve** $R_{Bx} = 0$ olur.

Düzgün yayılı yük tekil yüke çevrilirse
$Q = qxL = 1x6 = 6$ **t** bulunur.

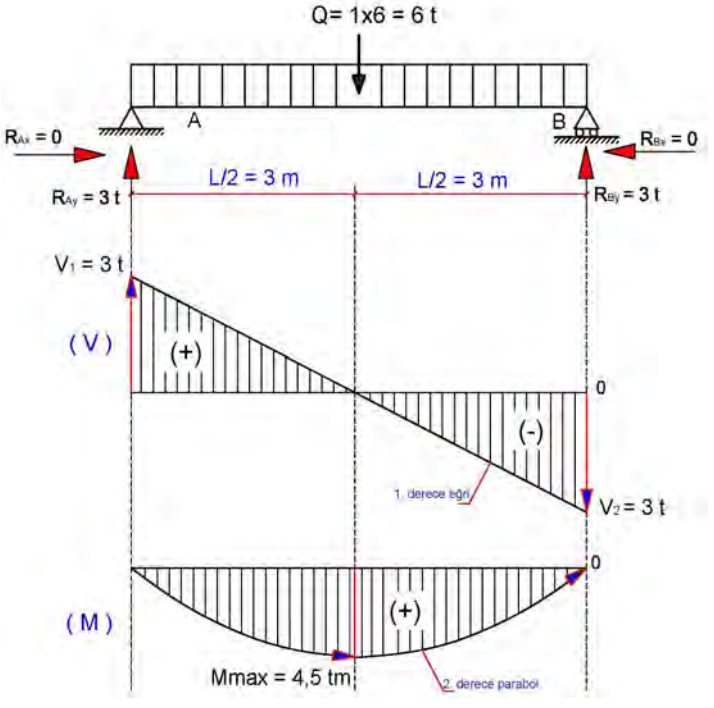
$\sum P_y = 0$ denge koşulundan
$R_{Ay} - 6 + R_{By} = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 6$ **ton** olur.

$\sum M_A = 0$ denge koşulundan
$Q.3 - 6.R_{By} = 0$ Buradan da
$6x3 - 6xR_{By} = 0$ olur.

$6R_{By} = 18 \Rightarrow R_{By} = \frac{18}{6}$ ve

$R_{By} = 3$ **ton** bulunur.

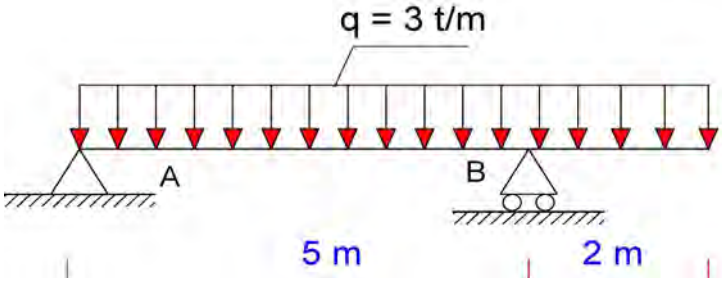
$R_{Ay} + R_{By} = 6$ ton olduğuna göre
$R_{Ay} + 3 = 6$ olur. Buradan da
$R_{Ay} = 6 - 3 \Rightarrow R_{Ay} = 3$ **ton** bulunur (Şekil 4.69).



Şekil 4.69: Düzgün yayılı yük etkisi altındaki basit kirişin kesme ve moment diyagramları

- Hesaplanan basit kirişin mesnet tepkileri Şekil 4.69'da gösterildiği gibidir.
- Kesme kuvvet (V) diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetler yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetler aşağı doğru çizilir. Düzgün yayılı yükün etkilediği kirişin kesme kuvvet diyagramı çizilirken etkime yönü dikkate alınarak **1. dereceden eğri** şeklinde çizilir (Şekil 4.69).
- Eğilme momenti (M) diyagramı çizilirken kesme kuvvet diyagramında **1. dereceden eğri** olarak çizilen kısımlar **2. dereceden parabol eğrisi** olarak çizilir.
- Maximum momentin (Mmax) oluşacağı nokta düzgün yayılı yükün etkidiği kısmın orta noktasıdır.
- Kesme kuvvet diyagramında $V_1 = V_2 = 3$ **t** olur (Şekil 4.69).
- Kesme kuvvet diyagramında eşit oluşan üçgenin alanı yani moment değeri,
  $M_1 = M_{max} = (V_1xL/2)/2 = 3x3/2 = 4,5$ **tm** bulunur.
- Eğilme momenti diyagramı 18 tm'lik moment değerleri Q kuvvetinin etkidiği noktadan işaretlenerek eğilme momenti diyagramı Şekil 4.69'da olduğu gibi çizilir.

Problem: Şekil 4.70'te yükleme durumu verilen çıkmalı kirişin mesnet tepkilerini hesaplayarak kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) diyagramlarını çiziniz.



Şekil 4.70: Düzgün yayılı yük etkisi altındaki çıkmalı kiriş

- Basit kirişin oturduğu A ve B mesnet tepki kuvvetleri hesaplanır.

Düzgün yayılı yük tekil yüke çevrilirse $\mathbf{Q = qx(L_1 + L_2) = 3x(5+2) = 21\ t}$ bulunur.

$\sum \mathbf{P_x = 0}$ denge koşulundan, kirişi etkileyen yatay kuvvet olmadığından $\mathbf{R_{Ax} = 0}$ ve $\mathbf{R_{Bx} = 0}$ olur.

$\sum \mathbf{P_y = 0}$ denge koşulundan, $R_{Ay} - 21 + R_{By} = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} + R_{By} = 21\ ton}$ olur.

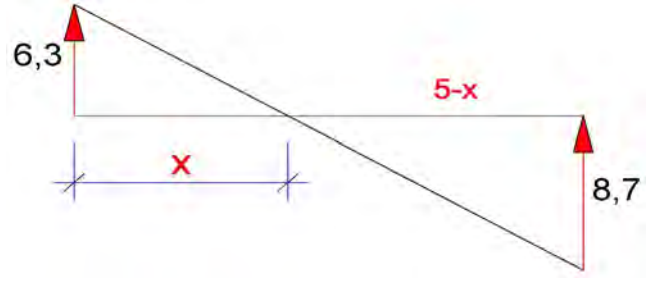
$\sum \mathbf{M_A = 0}$ denge koşulundan, $Q.3{,}5 - 5.R_{By} = 0$ Buradan da $21x3{,}5 - 5xR_{By} = 0$ olur.

$5R_{By} = 73{,}5 \Rightarrow R_{By} = \dfrac{73{,}5}{5}$ ve $\mathbf{R_{By} = 14{,}7\ ton}$ bulunur.

$R_{Ay} + R_{By} = 21$ ton olduğuna göre $R_{Ay} + 14{,}7 = 21$ olur. Buradan da $R_{Ay} = 21 - 14{,}7 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} = 6{,}3\ ton}$ bulunur (Şekil 4.72).

Çözüm:

- Hesaplanan basit kirişin mesnet tepkileri Şekil 4.71'de olduğu gibi gösterilir.
- Kesme kuvvet (V) diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetler yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetler aşağı doğru çizilir. Düzgün yayılı yükün etkilediği kirişin kesme kuvvet diyagramı çizilirken etkime yönü dikkate alınarak **1. dereceden eğri** şeklinde çizilir (Şekil 4.72).



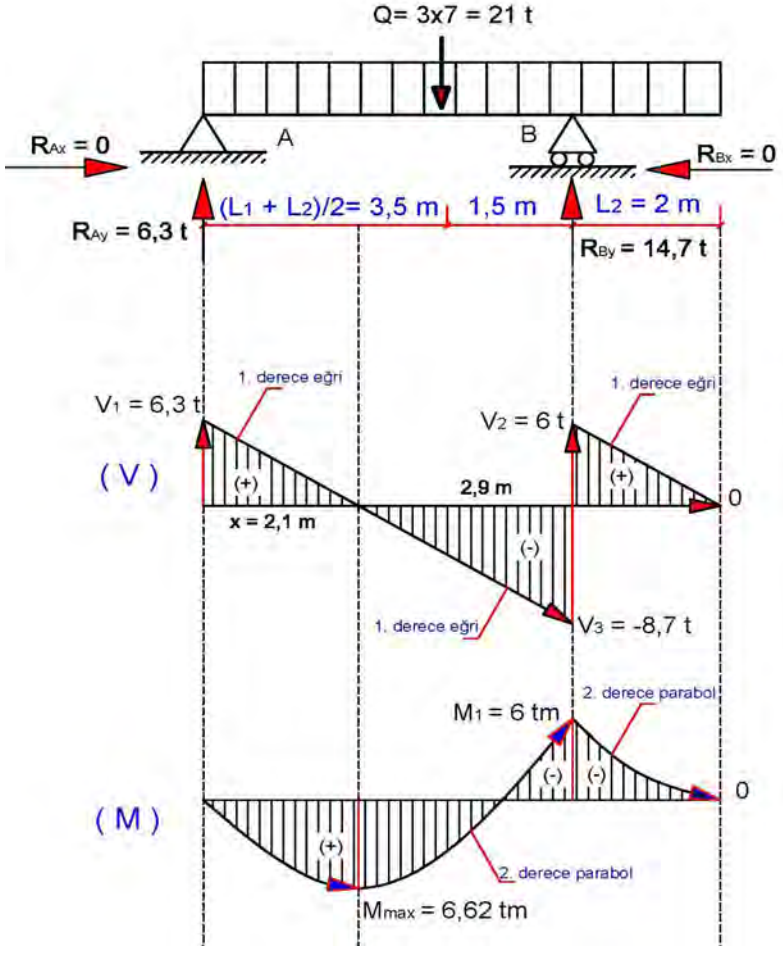
Şekil 4.71: Kesme kuvvet diyagramında x mesafesinin bulunması

- Eğilme momenti (M) diyagramı çizilirken kesme kuvvet diyagramında **1. dereceden eğri** olarak çizilen kısımlar **2. dereceden parabol eğrisi** olarak çizilir (Şekil 4.72).
- Maximum momentin (M_{max}) oluşacağı nokta düzgün yayılı yükün etkidiği noktasıdır.
- Kesme kuvvet diyagramında $\mathbf{V_1 = 6{,}3\ t,\ V_2 = 6\ t}$ ve $\mathbf{V_2 = -8{,}7\ t}$ olur (Şekil 4.71, Şekil 4.72).
- Şekil 4.71'de oluşan üçgenler benzer üçgenlerdir. Benzer üçgenlerin **Thales Teoremi** kullanılarak x mesafesi hesaplanır.

$\dfrac{6{,}3}{8{,}7} = \dfrac{x}{5-x} \Rightarrow$ içler dışlar çarpımı yapılırsa $6{,}3.(5-x) = 8{,}7.x$ buradan da $31{,}5 - 6{,}3x = 8{,}7x$

$15x = 31{,}5$ eşitliğinden $x = \dfrac{31{,}5}{15} = 2{,}1$ m bulunur. 5-x mesafesi de 5-2,1 = **2,9 m** bulunur.

- Kesme kuvvet diyagramında eşit oluşan üçgenin alanı yani moment değeri **$M_1 = M_{max} = (V_1 x L/2)/2 = 6,3x2,1/2 = 6,62$ tm** bulunur.
- Eğilme momenti diyagramı 18 tm'lik moment değerleri Q kuvvetinin etkidiği noktadan işaretlenerek eğilme momenti diyagramı Şekil 4.72'de olduğu gibi çizilir.

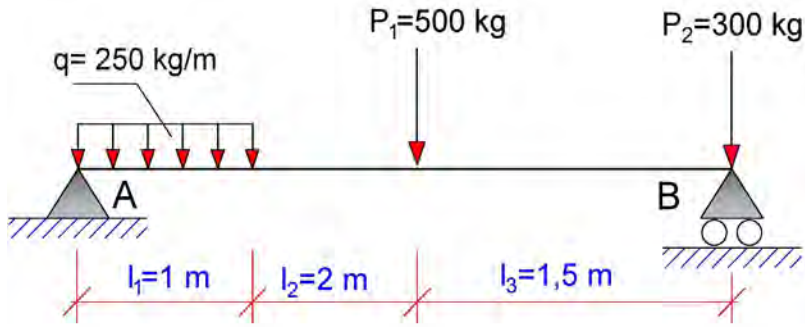


Şekil 4.72: Düzgün yayılı yük etkisi altındaki çıkmalı kirişin kesme kuvveti ve moment diyagramları

Şekil 4.72'de görülen moment diyagramında momentlerden mutlak değerce büyük olan maximum moment olur.

M_{max} = 6,62 tm olarak tespit edilir.

Problem: Şekil 4.73'te yükleme durumu verilen basit kirişin mesnet tepkilerini hesaplayarak kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) diyagramlarını çiziniz.



Şekil 4.73: Düzgün yayılı ve tekil yayılı yüklerin etkisi altındaki basit kiriş

Çözüm: Yatay yönde herhangi bir kuvvet olmadığından $\Sigma P_x = 0$ dan, $\mathbf{R_{Ax} = 0}$ olur. Zaten $\mathbf{R_{Bx} = 0}$ olur. Çünkü B mesnedi hareketlidir. Hareketli mesnetler yatay yönde kuvvetlere karşı tepki göstermezler.

Düzgün yayılı yük tekil yüke çevrilirse $\mathbf{Q = qxl_1 = 250x1 = 250\ kg}$ bulunur.

$\mathbf{\Sigma M_A = 0}$

$Q.l_1/2 + P_1.(l_1 + l_2) + P_2.(l_1+l_2+l_3) - R_{By}.(l_1+l_2+l_3) = 0$

$250.0{,}5 + 500.3 + 300.4{,}5 - R_{By}.4{,}5 = 0$ denkleminden $\mathbf{R_{By} = 661{,}11\ kg}$ bulunur.

$\mathbf{\Sigma Py = 0}$

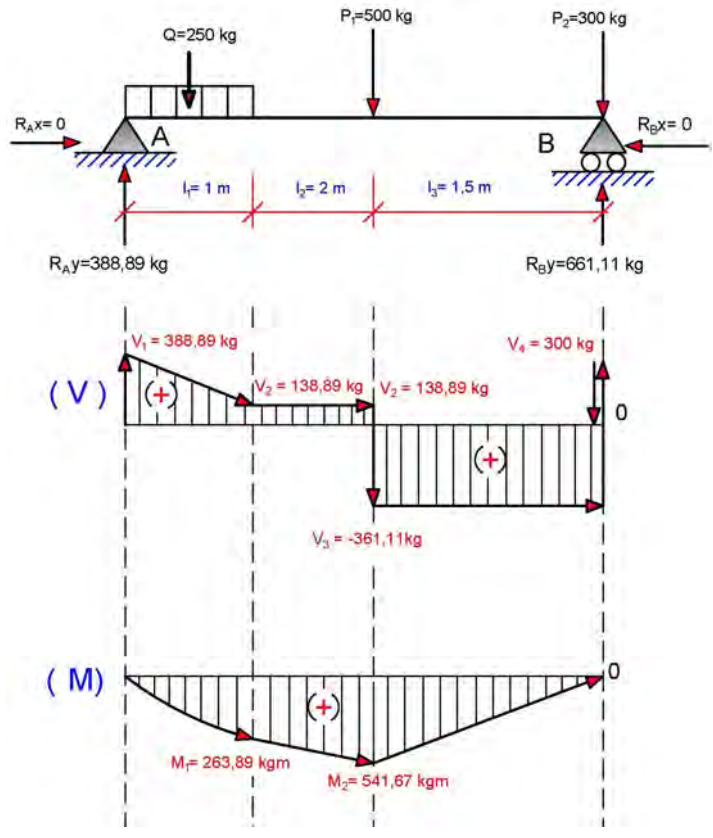
$R_{Ay} - Q - P_1 - P_2 + R_{By} = 0$

$R_{Ay} - 250 - 500 - 300 + 661{,}11 = 0$ denkleminden $\mathbf{R_{Ay} = 388{,}89\ kg}$ bulunur.

- Hesaplanan basit kirişin mesnet tepkileri Şekil 4.74'te olduğu gibi gösterilir.
- Kesme kuvvet (V) diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetler yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetler aşağı doğru çizilir. Kirişte boş olan kısımlar kesme kuvvet diyagramı çizilirken doğrusal olarak çizilir. Düzgün yayılı yükün etkilediği kirişin kesme kuvvet diyagramı çizilirken etkime yönü dikkate alınarak **1. dereceden eğri** şeklinde çizilir (Şekil 4.74).
- Eğilme momenti (M) diyagramı çizilirken kesme kuvvet diyagramında **1. dereceden eğri** olarak çizilen kısımlar **2. dereceden parabol eğrisi** olarak, doğrusal olarak çizilen kısımlar **1. dereceden eğri** şeklinde çizilir (Şekil 4.74).
- Maximum momentin (M_{max}) oluşacağı nokta, düzgün yayılı yükün etkidiği noktasıdır.
- Kesme kuvvet diyagramında $\mathbf{V_1 = 388{,}89\ kg,\ V_2 = 138{,}39\ kg,\ V_3 = -361{,}11\ kg,\ V_4 = 300\ kg}$ olur (Şekil 4.74).
- Kesme kuvvet diyagramında oluşan yamuğun alanı yani moment değeri $\mathbf{M_1 = M_{max} = (V_1 + V_2)xl_1/2\ V_2xl_2 = (388{,}89 + 138{,}39)x1/2 = 263{,}89\ kgm}$ bulunur.
- Kesme kuvvet diyagramında oluşan yamuğun ve dikdörtgenin toplam alanı yani moment değeri $\mathbf{M_2 = M_1 + V_2xl_2 = 263{,}89 + 138{,}89x2 = 541{,}67\ kgm}$ bulunur.
- Eğilme momenti diyagramı $\mathbf{M_1}$ ve $\mathbf{M_2}$ moment değerleri Q ve P_1 kuvvetinin etkidiği noktadan işaretlenerek eğilme momenti diyagramı Şekil 4.74'te olduğu gibi çizilir.

Şekil 4.74'te görülen moment diyagramında momentlerden mutlak değerce büyük olan maximum moment olur.

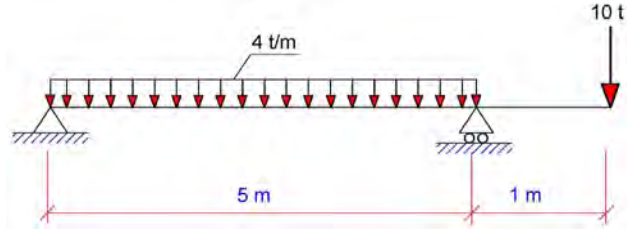
$M_2 = M_{max}$ = 541,67 kgm olarak tespit edilir.



Şekil 4.74: Basit kirişin kesme kuvvet ve moment diyagramı

SIRA SİZDE

Şekil 4.75'te yükleme durumu verilen basit kirişin mesnet tepkilerini hesaplayarak kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) diyagramlarını çiziniz?



Şekil 4.75: Düzgün yayılı ve tekil yük etkisi altındaki çıkmalı kiriş

4.7. UYGULAMA KİRİŞLERDE KUVVET DİYAGRAMLARINI ÇİZME

8 DERS SAATİ

Bu uygulama öğretmen ile yapılacaktır

36153

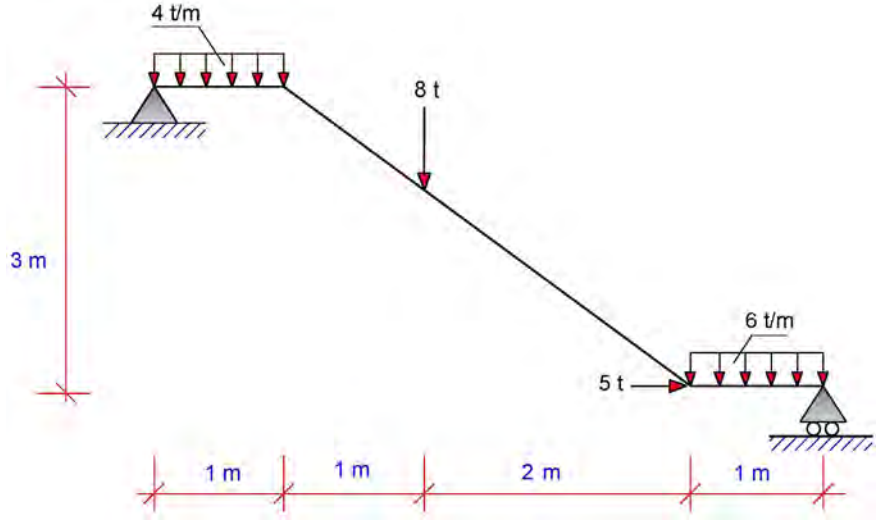
Bu çalışmanın amacı, kirişlerde kuvvet diyagramlarını çizme ile ilgili uygulamalar yapmaktır.

Görev

Kirişlerde kuvvet diyagramlarını çizme uygulamasını, işlem basamaklarına göre öğretmeninizin gözetiminde yerine getiriniz.

Şekil 4.76'da verilen tek kollu basit merdiven kirişinin

- Mesnet tepkilerini hesaplayınız.
- Normal kuvvet diyagramını çiziniz.
- Kesme kuvvet diyagramını çiziniz.
- Moment diyagramını çiziniz ve maximum moment değerini belirleyiniz.



Şekil 4.76: Düzgün yayılı ve tekil yüklerin etkisi altındaki tek kollu merdiven kirişi

Yönerge

- **Çalışmanızda düzgün yayılı yüklerin tekil yüke çevrilmesine dikkat ediniz.**
- **Çalışmanızda yatay ve düşey kuvvetlerin etki noktalarına dikkat ediniz.**
- **Mesnet tepkilerini belirlerken denge koşulları doğrultusunda hesaplamaları hatasız yapmaya dikkat ediniz.**
- **Normal kuvvet, kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını çizerken kuvvetlerin türüne ve etki noktalarına dikkat ediniz.**
- **Çalışmanız uygulama kontrol listesinde verilen ölçütlere göre değerlendirilecektir. Bu ölçütleri kontrol listesinde görebilirsiniz.**

İşlem Basamakları

- Verilen tek kollu basit merdiven kirişin mesnetlerindeki tepki kuvvetleri de gösterilerek serbest cisim diyagramı çizilir.
- Çizilen serbest çizim diyagramında tek kollu basit merdiven kirişindeki 2 adet düzgün yayılı yük tekil yüke çevrilir ve etki mesafeleri gösterilir.
- Tek kollu basit merdiven kirişindeki yatay yöndeki kuvvetlerin denge koşulu ile mesnetlerdeki yatay tepki kuvvetleri bulunur.
- Tek kollu basit merdiven kirişindeki düşey yöndeki kuvvetlerin denge koşulu ile mesnetlerdeki düşey tepki kuvvetlerinin toplamı bulunur.
- Tek kollu basit merdiven kirişine etki eden yatay ve düşey kuvvetlerin sabit mesnet veya hareketli olan mesnedin bulunduğu noktaya göre momentleri alınarak mesnetlerin birindeki düşey tepki kuvveti hesaplanır.
- Tek kollu basit merdiven kirişindeki mesnetlerinin düşey tepki kuvvetlerinin toplamında bulunan iki bilinmeyenli denklemde bulunan mesnetteki düşey tepki kuvveti değeri yerine konulur ve diğer mesnetteki düşey tepki kuvveti bulunur.
- Normal kuvvet diyagramında yatay yönlü kuvvetlerden soldan sağa olanlar yukarı yönlü, sağdan sola olan kuvvetler aşağı yönlü olarak çizilerek oluşturulur.
- Kesme kuvvet diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetler yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetler aşağı doğru çizilir. Kirişte boş olan kısımlar kesme kuvvet diyagramı çizilirken merdiven kirişine paralel olacak şekilde doğrusal çizilir. Düzgün yayılı yükün etkilediği kirişin kesme kuvvet diyagramı çizilirken etkime yönü dikkate alınarak 1. dereceden eğri şeklinde çizilir ve kesme kuvvet diyagramı oluşturulur.
- Eğilme momenti diyagramı çizilirken kesme kuvvet diyagramında 1. dereceden eğri olarak çizilen kısımlar 2. dereceden parabol eğrisi olarak doğrusal olarak çizilen kısımlar 1. dereceden eğri şeklinde çizilir.
- Maximum momentin (M_{max}) oluşacağı nokta düzgün yayılı yükün etkidiği noktasıdır.
- Kesme kuvvet diyagramında bulunan değerler ve oluşan geometrik alanlar hesaplanarak kuvvetlerin etkidiği noktalardaki moment değerleri bulunur.
- Eğilme momenti diyagramında oluşan moment değerleri kesme kuvvetlerinin etkidiği noktalardan işaretlenerek eğilme momenti diyagramı çizilir ve en büyük moment yani maximum moment değeri tespit edilir.

UYGULAMA KONTROLÜ

Bu uygulama kapsamında aşağıda listelenen davranışlardan kazandığınız beceriler için "Evet", kazanamadığınız beceriler için "Hayır" kutucuğuna (X) işareti koyarak kendinizi değerlendiriniz.

	ÖĞRENCİ UYGULAMA KONTROL LİSTESİ	Evet	Hayır
1	Kirişin mesnetlerindeki tepki kuvvetlerini gösterip serbest cisim diyagramını çizdiniz mi?		
2	Kirişi etkileyen düzgün yayılı yükleri tekil yüke çevirip etki mesafelerini gösterdiniz mi?		
3	Kirişe etki eden yatay yöndeki kuvvetleri dikkate alarak denge koşulu ile mesnetlerdeki yatay tepki kuvvetlerini buldunuz mu?		
4	Kirişe etki eden düşey yöndeki kuvvetleri dikkate alarak denge koşulu ile mesnetlerdeki düşey tepki kuvvetlerinin toplamını buldunuz mu?		

5	Kirişine etki eden yatay ve düşey kuvvetlerin sabit mesnet veya hareketli olan mesnedin bulunduğu noktaya göre momentlerini alarak mesnetlerin birindeki düşey tepki kuvvetini hesapladınız mı?		
6	Kiriş mesnetlerinde oluşan düşey tepki kuvvetlerinin toplamından iki bilinmeyenli denklemde bulunan mesnetteki düşey tepki kuvveti değerini yerine koyup diğer mesnetteki düşey tepki kuvvetini buldunuz mu?		
7	Kesme kuvvet diyagramında yukarı yönlü olan kuvvetleri yukarı doğru ve aşağı yönlü olan kuvvetleri ise aşağı doğru olacak şekilde çizip boş olan kısımların merdiven kirişine paralel olacak şekilde diyagramını doğrusal çizdiniz mi?		
8	Düzgün yayılı yükün etkilediği kirişin kesme kuvvet diyagramını çizerken etkime yönünü dikkate alarak 1. dereceden eğri şeklinde çizdiniz mi?		
9	Eğilme momenti diyagramını çizerken kesme kuvvet diyagramında 1. dereceden eğri olarak çizilen kısımları 2. dereceden parabol eğrisi olarak doğrusal olarak çizilen kısımları ise 1. dereceden eğri şeklinde çizdiniz mi?		
10	Kesme kuvvet diyagramında bulunan değerler ve oluşan geometrik alanlar doğrultusunda kuvvetlerin etkidiği noktalardaki moment değerlerini buldunuz mu?		
11	Eğilme momenti diyagramında oluşan moment değerlerini kesme kuvvetlerinin etkidiği noktalardan işaretleyerek eğilme momenti diyagramını çizdiniz mi?		
12	Kirişin moment diyagramındaki en büyük moment olan maximum moment değerini tespit ettiniz mi?		

Aşağıda yer alan değerlendirme puanları, bilgi ve becerilerinizin ölçme değerlendirme işlemlerinde kullanılacağından ön bilgi olması amacıyla verilmiştir. Ana başlıklar hâlinde verilen bilgi, beceri, temizlik/düzen ve süre kullanım ölçütleri; ders öğretmeninin hazırlayacağı teorik ve uygulamalı beceri testleri doğrultusunda öğrenme birimi kazanım puanınızın belirlenmesi için kullanılacaktır.

DEĞERLENDİRME					
Değerlendirme Alanları	Bilgi	Beceri	Temizlik/Düzen	Süre Kullanımı	Toplam
Alanları Verilen Puan	20	70	5	5	100
Takdir Edilen Puan					
Öğrencinin Adı Soyadı:			Numarası:		Tarih ..... / ...../ .....
Öğretmenin Adı Soyadı:			Onay :		

4. ÖĞRENME BİRİMİ NOTLARIM

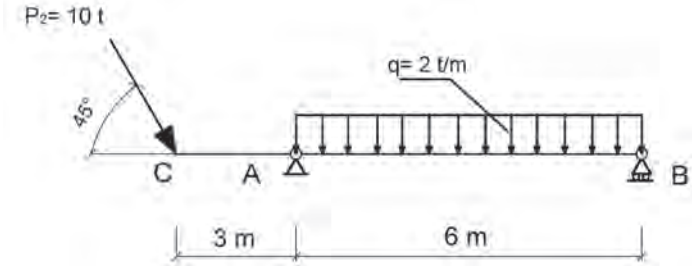
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ÖLÇME DEĞERLENDİRME SORULARI

Aşağıda verilen çoktan seçmeli test maddelerinden oluşan soruları cevaplayınız.

1. A ve B mesnetlerine oturan ve açıklıkları verilen izostatik çıkmalı kiriş şekilde görülen yüklerin etkisi altındadır. Yükleme durumuna göre A mesnedindeki yatay tepki kuvveti (R_{Ax}) kaç tondur?

A) 12
B) 10
C) 7,7
D) 5
E) 2



2. Düzgün yayılı yükü tekil yüke (Q) çevirmek için aşağıda verilen bağıntılardan hangisi kullanılır?

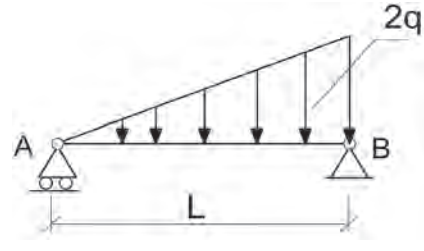
A) q.L/2
B) q.L
C) $q.L^2$
D) 2q.L
E) 2q.L/2

3. Aşağıda verilenlerden hangisi kirişleri etkileyen yüklerden birisidir?

A) Elipsoit yayılı
B) Deltoid yayılı
C) Küresel yayılı
D) Çokgen yayılı
E) Trapez yayılı

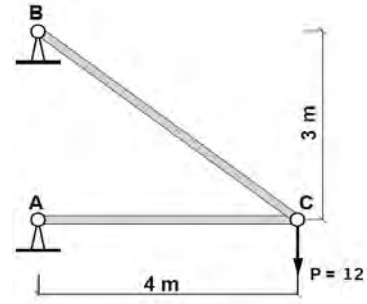
4. Aşağıda A ve B mesnetlerine oturan ve açıklığı "L" olan izostatik basit kiriş, üçgen yayılı yük etkisi altındadır. Yükleme durumu verilen izostatik basit kirişte üçgen yayılı yük miktarı 2q olduğuna göre üçgen yayılı yükün tekil yük değeri seçeneklerin hangisinde doğru verilmiştir?

A) q.L
B) q.L/2
C) $q.L^2$
D) 2q.L
E) 2q.L/3



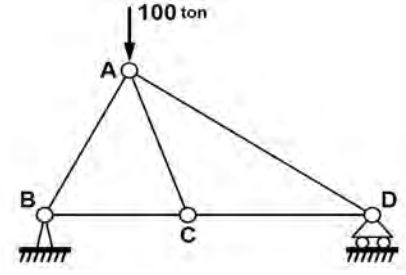
5. **Şekildeki kafes kiriş sitemi C noktasında P = 12 t yük etki etmektedir. Yükleme durumuna göre BC çubuğundaki iç kuvvet kaç tondur? (**Çekme kuvveti (+), basınç kuvveti (–) olarak ifade edilecektir.**)**

A) +20
B) -20
C) +12
D) -12
E) +24



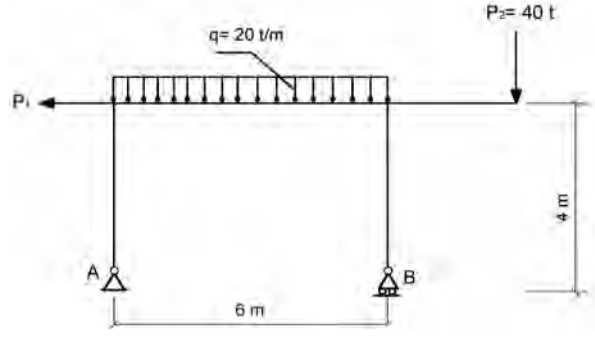
6. **Şekildeki kafes kiriş sisteminde AB, AC, BC ve CD çubukları aynı uzunluktadır. Kafes kirişi A noktasına 100 tonluk kuvvet ile etki etmektedir. Verilen yükleme durumuna göre D mesnedindeki düşey yöndeki mesnet tepkisi kaç tondur?**

A) 100
B) 75
C) 25
D) 50
E) 0



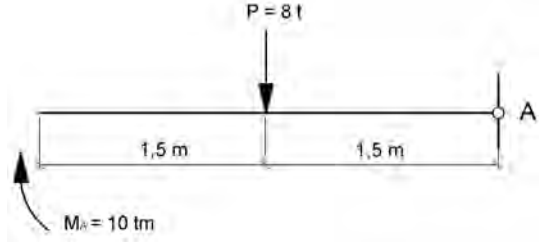
7. **Şekilde verilen kolon ve kirişten oluşan çerçeve sistemde A ve B mesnetlerinde düşey tepki kuvvetlerinin birbirine eşit olması için P_1 kuvveti kaç ton olmalıdır?**

A) 1
B) 20
C) 30
D) 40
E) 50



8. **Şekildeki konsol kirişin A ankastre mesnedindeki tepki momentinin büyüklüğü kaç tondur?**

A) 2
B) 4
C) 8
D) 10
E) 22



9. Birinci dereceden hiperstatik bir sistem olan iki mafsallı çerçeve veya kemere bir ara mafsal eklendiğinde elde edilen sistem .....olarak adlandırılır.

Yukarıda boşluk bırakılan noktalı yere seçeneklerde verilenlerden hangisi gelmelidir?

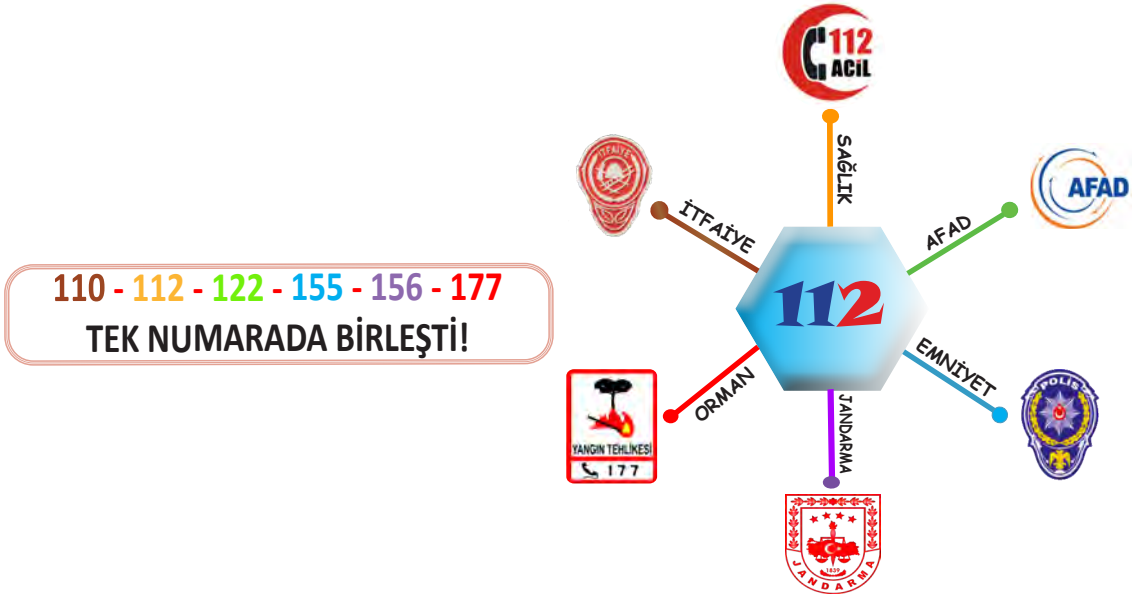
A) Kafes kiriş sistemi
B) Gerber kiriş sistemi
C) Sürekli kiriş sistemi
D) Çıkmalı kiriş sistemi
E) Üç mafsallı sistem

10. Gerber kirişlerinin mesnet tepkileri genel olarak denge denklemlerine .....kadar eklenecek denklemlerle bulunur.

Yukarıda boşluk bırakılan noktalı yere seçeneklerde verilenlerden hangisi gelmelidir?

A) Sabit mesnet
B) Ankastre mesnet
C) Hareketli mesnet
D) Ara mafsal
E) Gerber mafsal

Ölçme Değerlendirme sorularını cevaplamayı tamamladıysanız kitabın sonunda verilen cevap anahtarından cevaplarınızı kontrol edebilirsiniz. Yanlış cevapladığınız soruları öğretmeninize sorunuz.



110 - 112 - 122 - 155 - 156 - 177
TEK NUMARADA BİRLEŞTİ!

SÖZLÜK

A

açıölçer : İletki.

alfa : Matematik, fen bilimleri ve mühendislik bilimlerinde açı sembolü olarak kullanılan Yunan alfabesinin ilk harfi.

B

beta : Matematik, fen bilimleri ve mühendislik bilimlerinde açı sembolü olarak kullanılan Yunan alfabesinin ikinci harfi.

bileşen : Bir bileşkeyi oluşturan kuvvetlerin her biri.

bileşke : Bir cisme uygulanan birkaç kuvvetin toplam etkisine eşit olan tek kuvvet.

C

cebirsel : Cebirle ilgili.

cisim : Doğada element, bileşik veya bunların karışımları hâlinde bulunan, kütlesi ve ağırlığı olan, duyularla algılanabilen şey.

D

denge : Bir nesnenin veya bir insanın devrilmeden durma hâli, muvazene, balans.

diyagram : Herhangi bir olayın değişimini gösteren grafik.

düşey : Yer çekimi doğrultusunda olan.

E

eksen : Bir cismi iki eşit parçaya bölen çizgi.

Ekvator : Yer yuvarlağının eksenine dik olarak geçtiği ve yer yuvarını iki eşit parçaya böldüğü varsayılan en büyük çember.

evren : Gök varlıklarının bütünü.

F

füniküler : Çekmeli vagon.

fi : Matematikte açı ve farklı değişkenlerin gösteriminde kullanılan Yunan alfabesinin yirmi birinci harfi.

G

gel git : Ay ve Güneş'in yer yuvarlağı üzerindeki çekim güçleri sebebiyle deniz yüzünde, özellikle ana denizlerde su düzeyinin alçalması, kabarması olayı, metcezir.

I-İ

izdüşüm : Uzaydaki bir cismin görüntüsünü bir düzlem içerisinde elde etmek için kabul edilen; nokta, doğru, yüzey ve cisimlerin x, y ve z eksenlerindeki görünümlerinin ifade edilmesi.

ivme : Hareket eden nesnenin kısa bir zaman içinde, hızında oluşan değişmenin bu zamana oranı.

K

kiriş : Yapılarda kadron adı verilen keresteden, demirden veya betonarmeden yapılmış yatay destek parçası.

koordinat : Bir yüzey üzerindeki veya uzaydaki bir noktanın yerini ifade eden, ana çizgilerden yatay olanı apsis ve düşey olanı ordinat olarak adlandırılan noktasal konumu belirten sistem.

kutup : Yer yuvarlağının, Ekvator'dan en uzak olan yer ekseninin geçtiği varsayılan iki noktasından her biri.

kuvvet : Fiziksel güç.

kütle : Bir nesneye uygulanan kuvvetle, oluşan ivme arasındaki orantıyı veren katsayı veya nesne niceliği.

M

mesnet : Dayanak.

metot : Yöntem.

moment : Kuvvetin, bir cismi bir nokta veya bir eksen yörüngesinde döndürme etkisini belirleyen vektörel niceliği.

T

teorem : Kanıtlanabilen bilimsel önerme.

V

vektör : Doğrultusu, yönü, uzunluğu belirli olan ve bir ok işaretiyle gösterilen doğru çizgi.

Y

yapı : Barınmak veya başka amaçlarla kullanılmak için yapılmış her türlü mimarlık eseri, bina.

KAYNAKÇA

1. AYKUTLU Ali, Hasan Gönül, Statik ve Yapı Hesapları, MEB Basımevi, İstanbul, 1987.
2. BEER Ferdinand P. , JOHNSTON E. Russell, Mühendisler İçin Mekanik Statik, İstanbul, 1998.
3. İNAN Mustafa, Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ Vakfı, İstanbul, 1996.
4. KARATAŞ, Hasan, ÖZKAN İŞLER, Mühendislik Mekaniğinde Statik Problemleri, İstanbul, 2014.
5. W. G. McLEAN, E. W. Nelson, Teori ve Problemlerle Mühendislik Mekaniği Statik ve Dinamik, Ankara, 1979.
6. Mesleki ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğü, İnşaat Teknolojisi Alanı Yapı Statik Hesapları Ders Bilgi Formu, Ankara, 2020.
7. Mesleki ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğü, İnşaat Teknolojisi Alanı Çerçeve Öğretim Programı, Ankara, 2020.

GENEL AĞ KAYNAKÇA

1. https://web.itu.edu.tr/kimence/sta201-4.pdf (Erişim: 16.10.2021, 22.35).
2. https://www.erbakan.edu.tr/storage/files/department/insaatmuhendisligi/editor/DersSayfalari/Statik/YayiliYukveAgirlikMerkezi.pdf (Erişim: 15.11.2021, 20.52).
3. http://www.ibrahimcayiroglu.com/Dokumanlar/StatikMukavemet/StatikMukavemet-1.Hafta.pdf (Erişim: 12.12.2021, 19.40).

GÖRSEL KAYNAKÇASI

http://kitap.eba.gov.tr/karekod/Kaynak.php?KOD=2299

CEVAP ANAHTARI

KUVVET VE BİLEŞKE HESAPLARI									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	E	D	C	E	A	B	D	C

DENGE VE MOMENT HESAPLARI									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	C	E	A	B	D	A	E

AĞIRLIK MERKEZİ HESAPLARI									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	C	B	E	D	A	E	A

MESNETLERDE-KİRİŞLERDE TEPKİ KUVVETLERİ VE DİYAGRAMLAR									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	E	A	B	C	D	A	E	D